



Titre: Études expérimentales et numériques sur le comportement
Title: thermique des chauffe-eau électriques

Auteur: Nima Atabaki
Author:

Date: 2001

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Atabaki, N. (2001). Études expérimentales et numériques sur le comportement
Citation: thermique des chauffe-eau électriques [Master's thesis, École Polytechnique de
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8730/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/8730/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:**
Advisors:

Programme: Unspecified
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**ÉTUDES EXPÉRIMENTALES ET NUMÉRIQUES SUR LE COMPORTEMENT
THERMIQUE DES CHAUFFE-EAU ÉLECTRIQUES**

NIMA ATABAKI

**DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)**

FÉVRIER 2001



**National Library
of Canada**

**Acquisitions and
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

**Bibliothèque nationale
du Canada**

**Acquisitions et
services bibliographiques**

**395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-60880-8

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

**ÉTUDES EXPÉRIMENTALES ET NUMÉRIQUES SUR
LE COMPORTEMENT THERMIQUE DES CHAUFFE-EAU ÉLECTRIQUES**

présenté par: **ATABAKI Nima**

en vue de l'obtention du diplôme de: **Maîtrise ès sciences appliquées**

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. **OLIVIER** Guy, Ph.D., président

M. **BERNIER** Michel, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. **DETUNCO** Bruno, M.Eng., membre

DÉDICACE

À ma femme, *Shahrazad*

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à exprimer mes vifs remerciements à mon directeur de recherche, Michel Bernier, professeur titulaire au département de génie mécanique de l'École Polytechnique de Montréal, qui a investi temps et efforts pour la réalisation de ce projet. Par ses conseils et son support technique et financier, il a su me guider tout au long de cette maîtrise. Les travaux présentés ont été financés à partir des subventions de recherche du fonds FCAR et du CRSNG accordées au professeur Bernier.

Je remercie également les membres du jury d'avoir accepté de juger ce mémoire. Mes remerciements vont également à Anne Dionne, technicienne de laboratoire au département de génie mécanique de l'École Polytechnique, qui a contribué à la conception et à la réalisation du montage expérimental. Merci à mes collègues de travail, Stéphane Hallé et Jean-François Gélinas, pour l'ambiance de travail agréable qu'ils ont su créer.

Je ne voudrais pas passer sous silence la collaboration du monsieur Colin McCugan de Hydro-Ontario qui nous a prêté le chauffe-eau transparent, la pièce maîtresse du montage expérimental.

En terminant, j'aimerais remercier ma femme ainsi que mes parents pour m'avoir encouragé et supporté tout au long de mes études.

RÉSUMÉ

Les réservoirs de stockage thermique sont souvent utilisés pour fournir un fluide chaud (ou froid) durant les périodes de pointe de consommation. Les chauffe-eau électriques sont des exemples de ces appareils. Dans ce cas particulier, l'objectif est de chauffer et stocker adéquatement l'eau chaude pour éviter une demande excessive de la puissance électrique durant la consommation de pointe. Même avec ce scénario, les chauffe-eau électriques drainent environ 10% de la puissance électrique totale générée au Québec durant les périodes de pointe du réseau. Cette étude a été réalisée dans le but de développer un modèle thermique de chauffe-eau et éventuel de réaliser des études de délestage qui permettrait un certain décalage de la consommation.

Une revue de la littérature révéla deux incertitudes dans les modèles existants. Premièrement, le comportement thermique de la montée du panache formé au-dessus de l'élément chauffant n'est pas bien caractérisé. Deuxièmement, la région à l'entrée du chauffe-eau où l'eau froide entre dans le réservoir est une région complètement mélangée avec des écoulements tridimensionnels turbulents. L'évolution de cette région en fonction du temps n'est pas connue de façon précise.

L'étude expérimentale a permis d'analyser la montée du panache et la région de mélange sur un réservoir d'eau chaude transparent construit sur mesure. La température au centre du réservoir est mesurée en temps réel grâce à 31 thermocouples. De plus, les

écoulements ont été visualisés pour les deux problèmes d'intérêt soit la montée du panache et la zone de mélange.

Basée sur des séries de mesures pour différentes combinaisons de la masse volumique et du débit d'eau, une corrélation empirique est proposée pour déterminer l'évolution de la zone de mélange en fonction du nombre de Richardson ($Ri = Gr/Re^2$) à l'entrée et du temps écoulé. Ensuite, cette corrélation est testée pour des conditions d'entrée variables. Finalement, la mesure de la température axiale et la visualisation de la montée du panache permettent de proposer des hypothèses pour modéliser la distribution de la chaleur dans le réservoir durant la montée du panache.

La corrélation empirique de la zone de mélange et le modèle proposé pour la distribution de chaleur d'un panache sont ensuite inclus dans le modèle numérique unidimensionnel et transitoire originalement proposé par Bernier et Bouthillier (1995).

ABSTRACT

Thermal storage tanks are routinely used to provide hot (or cold) fluids during peak consumption periods. Residential electric water tanks are examples of such devices. In this particular case, the objective is to heat and store enough hot water to avoid excessive electrical power demand during peak consumption. Even with this scenario, residential hot water tanks still represent approximately 10% of all electrical power generated in Québec during peak electrical demand. This study has been undertaken to build an electric water tank thermal model in order to look at different load-shifting scenarios to reduce electrical demand during peak period.

A review of the literature indicated that there were two uncertainties in current models. First, the behavior of the thermal plume rising from the heating elements is not well characterized. Secondly, the entrance region at the bottom of the tank where the cold water enters is a fully mixed region whose height is not well defined.

The thermal plume and the mixing region were studied experimentally. A full-size transparent hot water tank was built and instrumented with a real-time data acquisition system. Temperatures were measured at some 31 points in the tank. Furthermore, challenging flow visualization studies were undertaken for both the thermal plume and the mixing region.

Based on a series of measurement for various combinations of water density and water flow rate, an empirical correlation, based on the Richardson number ($Ri=Gr/Re^2$) at the entrance, was proposed to obtain the mixing height. The correlation was then extended to cover variable inlet flow rates and, consequently, changing mixing height. Finally, axial temperature measurements and flow visualization led to a proposal concerning heat distribution during plume rise.

The numerical tank model proposed by Bernier and Bouthillier (1995) now includes these findings. This model could prove to be valuable in modeling load shifting scenarios.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ.....	vi
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	x
LISTE DES FIGURES	xiv
LISTE DES TABLEAUX	xix
LISTE DES ANNEXES.....	xx
INTRODUCTION.....	1
0.1 Généralités.....	1
0.2 Recherche bibliographique.....	6
0.2.1 Stratification, thermocline et zone de mélange	7
0.2.2 Montée d'un panache	14
0.3 Objectifs de la présente étude.....	20
0.4 Organisation de ce mémoire.....	21

CHAPITRE 1 - CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES	22
1.1 Zone de mélange	22
1.1.1 Considérations préliminaires.....	22
1.1.2 Détermination des caractéristiques de la zone de mélange	24
1.2 Montée d'un panache suite à l'activation d'un élément chauffant.....	29
1.2.1 Considérations préliminaires.....	29
1.2.2 Détermination des caractéristiques de montée d'un panache.....	32
CHAPITRE 2 - MODÉLISATION NUMÉRIQUE.....	51
2.1 Généralités.....	51
2.2 Hypothèses	52
2.3 Équations gouvernantes et corrélations empiriques	54
2.3.1 Équations gouvernantes pour la région où l'écoulement est de type piston .	54
2.3.2 Équations gouvernantes pour la région de mélange.....	55
2.4 Conditions de frontières	58
2.4.1 Conditions initiales.....	59
2.4.2 Conditions de frontières pour un chauffe-eau avec débit.....	59
2.5 Méthodologie numérique	60
2.5.1 Équations discrétisées.....	61

2.5.2 Méthode de solution	64
2.5.3 Indépendance du maillage	64
2.5.4 Validation du modèle numérique	66
CHAPITRE 3 - MONTAGE EXPÉRIMENTAL	69
3.1 Présentation du montage	69
3.1.1 Généralités	69
3.1.2 Chauffe-eau transparent	71
3.1.3 Débitmètres	74
3.1.4 Éléments chauffants	74
3.1.5 Bac à niveau constant	75
3.2 Mesures de températures	76
3.3 Mesure de la puissance électrique	81
3.4 Acquisition de données	83
3.5 Techniques de visualisation	85
3.6 Procédures expérimentales	87
3.6.1 Zone de mélange	87
3.6.2 Montée du panache	89

CHAPITRE 4 - RÉSULTATS	91
4.1 Zone de mélange	91
4.1.1 Généralités.....	91
4.1.2 Résultats expérimentaux (débit constant)	92
4.1.3 Visualisation de l'écoulement dans la zone de mélange	96
4.1.4 Détermination des coefficients R_k et R_o	100
4.1.5 Utilisation des relations donnant R dans le modèle numérique	106
4.1.6 Extension du modèle proposé pour un débit d'entrée variable	111
4.2 Montée du panache au-dessus de l'élément chauffant	114
CONCLUSION	123
5.1 Revue des objectifs.....	123
5.2 Méthodologie.....	124
5.3 Principaux résultats	126
5.3.1 Zone de mélange	126
5.3.2 Montée du panache.....	128
5.4 Recommandations	130
RÉFÉRENCES	132
ANNEXES	138

LISTE DES FIGURES

Figure 0.1 - Schéma d'un chauffe-eau électrique résidentiel	1
Figure 0.2a - Présentation schématique du système de stockage thermique de l'eau	4
Figure 0.2b - Distribution de la température et phénomène de stratification.....	4
Figure 0.3 - Schéma de la montée d'un panache.....	15
Figure 1.1a - Réservoir initialement rempli d'eau chaude (débit nul)	23
Figure 1.1b - Formation de la thermocline due au mixage local de l'eau froide pénétrant et l'eau chaude stockée	23
Figure 1.1c - Montée de la thermocline et évolution de la zone de mélange.....	23
Figure 1.2 - Représentation schématique de la montée d'un panache	29
Figure 1.3 - Représentation schématique des lignes de courant lors de la montée du panache	30
Figure 1.4a - Réservoir initialement stratifié (l'élément n'est pas activé)	31
Figure 1.4b - L'élément est activé et le panache monte jusqu'à début de la zone chaude	31
Figure 1.5 - Nombre de Grashof du panache en fonction de la hauteur de montée du panache dans un chauffe-eau	33
Figure 1.6 - Présentation schématique du problème étudié.....	36

Figure 1.7 - Distribution de température dans un chauffe-eau stratifié obtenue à partir de résultats expérimentaux (la ligne horizontale en gras donne la position de l'élément chauffant, $V/V_{tot}=10.54\%$).....	46
Figure 1.8 - Profils de vitesse axiale et d'excédent de température pour une hauteur adimensionnelle de $z/z_{max} = 0.5$ (équations 1.24 et 1.25).....	48
Figure 1.9 - Variation de la vitesse axiale et excédent de température au centre du panache en fonction de la hauteur adimensionnelle (équations 1.30 et 1.33)	49
Figure 1.10 - Épaisseur du panache en fonction de la hauteur ($\delta_z = 1.25\text{cm}$)	50
Figure 2.1 - Représentation schématique de la zone de mélange et de la région d'écoulement du type piston.....	52
Figure 2.2a - Représentation schématique d'un écoulement du type piston.....	61
Figure 2.2b - Maillage utilisé: Le réservoir est divisé en volumes de contrôle avec d'épaisseurs égales.....	61
Figure 2.3 - Essai d'indépendance du maillage montrant l'évolution temporelle de la température de sortie.	66
Figure 2.4 - Représentation schématique du problème étudié par Cabelli (1977).....	67
Figure 2.5 - Comparaison entre les résultats numériques et la solution analytique de Cabelli (1977).....	68
Figure 3.1 - Présentation schématique du montage utilisé dans cette étude	70
Figure 3.2 - Chauffe-eau transparent (les dimensions sont en centimètres)	72

Figure 3.3 - Photo du chauffe-eau transparent	73
Figure 3.4 - Installation des thermocouples	78
Figure 3.5 - Photo d'installation des thermocouples.....	78
Figure 3.6 - Numérotation et position des thermocouples	79
Figure 3.7 - Mesure de la puissance électrique de l'élément chauffant	81
Figure 3.8 – Affichage des résultats tel que vu par l'expérimentateur sur l'écran.....	84
Figure 3.9 - Systèmes d'injection du colorant.....	86
Figure 4.1 - Test #11- Résultats expérimentaux ($Ri=0.0578$, $Q=5.17$ L/min)	95
Figure 4.2 - Visualisation de la zone de mélange au bas du chauffe-eau. Test #11 ($Ri=0.0578$, $Q=5.17$ L/min)	97
Figure 4.3 - Visualisation de la zone de mélange au bas du chauffe-eau, pour un débit d'entrée relativement élevé ($Q=10.64$ L/min)et un faible nombre de Richardson ($Ri=0.0099$)	100
Figure 4.4 – Test #11- Variation de R en fonctionne du t^* ($Ri=0.0578$, $Q=5.17$ L/min).....	103
Figure 4.5 - Régression linéaire pour déterminer R_0 et R_k	104
Figure 4.6 - Régression linéaire pour déterminer R_0 en fonction du nombre de Richardson à l'entrée, Ri	105
Figure 4.7 - Test #11- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux: Distribution de la température axiale ($Ri=0.0578$, $Q=5.17$ L/min)	107

Figure 4.8 - Test #11- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux:

Évolution de la température adimensionnelle en fonction de t^* pour trois
niveaux différents (thermocouple n° 16, 25, et 35) 107

Figure 4.9 - Test #1- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux:

Distribution de la température axiale ($Ri=0.0386$, $Q=7.69$ L/min) 109

Figure 4.10 - Test #3- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux:

Distribution de la température axiale ($Ri=0.0188$, $Q=10.97$ L/min) 109

Figure 4.11 - Test #4- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux:

Distribution de la température axiale ($Ri=0.1736$, $Q=3.61$ L/min) 110

Figure 4.12 - Distribution de la température axiale pour une diminution du débit

d'entrée de 10.64 à 4.61 L/min à $t^*=0.26$ (augmentation de Ri de 0.0099 à
0.0121) 113

Figure 4.13 - Visualisation de la montée du panache à $t=37$ s, $t=9$ min 45 s et $t=17$ min

et 30 s 114

Figure 4.14 - Évolution de température axiale lors de la montée d'un panache (l'élément

du bas est situé à $V/V_{tot} = 10.54\%$, ce qui correspond à la ligne horizontale
foncée sur la figure) 115

Figure 4.15 - Évolution de la puissance fournie à l'élément du bas lors de la période

d'essai 116

Figure 4.16 - Représentation schématique du mixage dû à la montée du panache dans

un chauffe-eau 117

Figure 4.17 - Évolution de la température axiale pour le thermocouple #11 situé à 12.7

cm au-dessus de l'élément chauffant 119

Figure 4.18 - Comparaison de l'épaisseur du panache prédit à l'aide du modèle semi-analytique et les résultats expérimentaux	121
---	------------

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 - Position des thermocouples installés au centre du chauffe-eau	80
Tableau 4.1 - Conditions des tests expérimentaux	93
Tableau 4.2 - Évolution de R en fonction de t^* , test #11 ($Ri=0.0578$)	102
Tableau 4.3 - Les résultats de la régression pour les 12 tests.....	104

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A – ÉTALONNAGE DES DÉBITMÈTRES: PROCÉDURE ET	
RÉSULTATS	138
A.1 Introduction	138
A.2 Procédure	139
A.3 Résultats	141
A.4 Incertitudes	145
A.4.1 Incertitude sur la mesure du débit réel	145
A.4.2 Incertitude sur la mesure de la fréquence	146
A.4.3 Incertitude sur le débit obtenu par la courbe de la régression	149
A.4.4 Incertitude globale sur la mesure du débit.....	149
ANNEXE B – ÉTALONNAGE DES THERMOCOUPLES: PROCÉDURE ET	
RÉSULTATS	152
B.1 Introduction	152
B.2 Procédure d'étalonnage	153
B.3 Résultats.....	154
B.4 Incertitudes	157
B.4.1 Incertitude de la sonde de référence	157

B.4.2 Incertitudes liées aux fluctuations de température.....	158
B.4.3 Incertitude liée à la courbe d'étalonnage	159
B.4.4 Incertitude globale sur la mesure de température.....	160
ANNEXE C – ÉTALONNAGE DU SYSTÈME DE MESURE DE LA PUISSANCE ÉLECTRIQUE DES ÉLÉMENTS CHAUFFANTS.....	161
C.1 Introduction	161
C.2 Incertitude sur I_I ($50V_2$).....	163
C.3 Incertitude sur la mesure de la tension au niveau des éléments chauffants, V_I ..	166
C.4 Incertitude sur la mesure de la puissance P	166
ANNEXE D – DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE FILM ÉQUIVALANT DE LA PAROI (h_{eq})	168
D.1 Considérations préliminaires	168
D.2 Évaluation empirique de h_{eq}	170
D.3 Procédure expérimentale et les résultats.....	171
ANNEXE E – PROPRIÉTÉS THERMOPHYSIQUES DE L'EAU	174
E.1 Chaleur spécifique	174
E.2 Conductivité thermique	174
E.3 Viscosité	175
E.4 Masse volumique	175

E.5 Coefficient d'expansion thermique	175
--	------------

INTRODUCTION

0.1 Généralités

Le chauffe-eau électrique résidentiel est un appareil utilisé pour la production et le stockage de l'eau chaude sanitaire. La figure 0.1 montre une représentation schématisée de cet appareil.

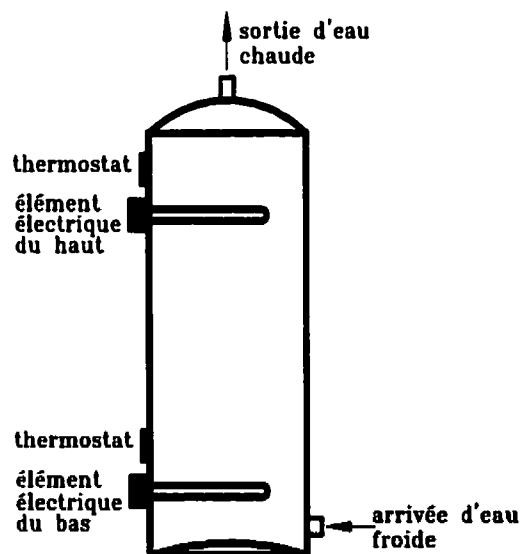


Figure 0.1: Schéma d'un chauffe-eau électrique résidentiel

Ces réservoirs cylindriques ont une capacité nominale de stockage comprise entre 175 et 300 litres. Les plus courants (une capacité nominale de 175 litres) mesurent environ 1.08 m de hauteur et ont un diamètre intérieur de 0.46 m. Les réservoirs sont bombés au sommet et dans le fond pour résister à la pression hydrostatique du système de

distribution d'eau chaude. Ces réservoirs sont généralement isolés avec 50 mm d'isolant pour limiter les pertes thermiques à l'environnement. L'eau chaude sort par le haut du réservoir et l'apport d'eau froide se fait au bas. Tel que montré à la figure 0.1, deux éléments chauffants, d'une puissance de 3 à 4 kW chacun, fournissent la puissance nécessaire pour chauffer l'eau. Ces éléments (dont la longueur est de l'ordre de 75% du diamètre du réservoir) sont placés horizontalement à l'intérieur du réservoir. L'un de ces éléments est situé à environ 15 cm du bas du chauffe-eau et l'autre est situé dans le haut du réservoir à ≈ 23 cm du sommet.

Ces éléments sont contrôlés par deux thermostats situés près de chaque élément. Généralement, la température de consigne est de l'ordre de 55 à 60°C. Les deux éléments ne fonctionnent jamais ensemble, la priorité est à l'élément du haut. Cependant, l'élément du haut est rarement en fonction, car l'eau froide rentre au bas du réservoir activant ainsi l'élément du bas. Lorsque le réservoir sera complètement déchargé (thermiquement) l'élément du haut se met en marche.

Ces appareils utilisent les mêmes principes que tous les systèmes de stockage thermique : Ils retirent ou ajoutent de la chaleur (ou du froid) à un médium de stockage pour l'utiliser à un autre moment.

L'utilisation de ces systèmes devient économique lorsque:

- La durée de la demande d'énergie stockée est courte;
- La nature de la charge est cyclique;
- Les tarifs d'énergie sont fonction de l'heure de la journée;
- L'alimentation instantanée d'énergie est limitée.

Ces systèmes nous permettent également de réduire la capacité et la taille des équipements de refroidissement ou de production de la chaleur.

Il existe plusieurs matériaux, dont les matériaux à changement de phase, susceptibles de servir de médium de stockage. Cependant, l'eau est le médium qui offre le meilleur compromis. L'eau possède deux atouts majeurs: sa grande chaleur spécifique (4180 J/kg-K) et sa grande disponibilité à très faible coût.

La figure 0.2 montre une distribution de température typique dans un chauffe-eau. On remarque la présence de trois zones thermiquement différentes: une zone de mélange au bas, une thermocline, et une zone chaude. Le réservoir est donc stratifié thermiquement.

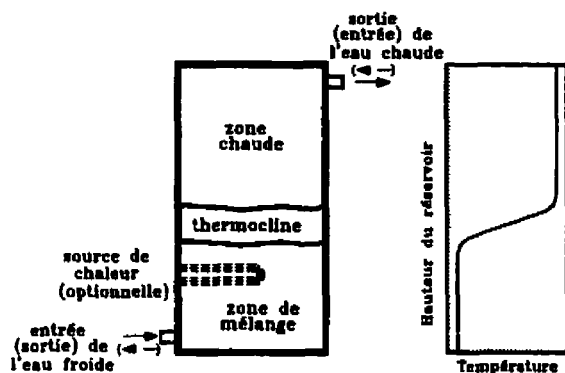


Figure 0.2: a) Présentation schématique du système de stockage thermique de l'eau; b) Distribution de la température et phénomène de stratification

Il est utile d'examiner l'évolution temporelle de cette distribution de température. Au départ, le réservoir est complètement chargé et le profil de température est uniforme. Lorsqu'il y a consommation, l'eau chaude est retirée du haut de réservoir, et l'eau froide entre au bas. L'eau froide se mélange localement avec de l'eau chaude initialement stockée dans le réservoir, et une région stratifiée se forme au bas du réservoir accompagnée d'une zone de mélange située sous celle-ci. Cette région stratifiée, la thermocline, possède un gradient de température élevé. La thermocline prévient le mélange de l'eau chaude située en haut et de l'eau froide située dans la zone de mélange. La thermocline continuera de monter tant qu'il y aura consommation d'eau. De plus, son épaisseur augmentera à cause: de la diffusion thermique de la chaleur de la zone chaude vers la zone froide; des pertes thermiques au travers des parois; de la conduction dans les parois verticales qui agissent comme un pont thermique entre la zone chaude et la zone de mélange.

La stratification thermique est l'élément clé des systèmes de stockage thermique d'eau. Ce phénomène est souhaitable puisqu'il permet d'obtenir de l'eau chaude (froide) à la sortie même si de l'eau froide (chaude) entre de l'autre côté du réservoir.

Tel qu'est mentionné par Bernier et Bouthillier (1995), on dénombre au Québec environ 2 millions de chauffe-eau électriques résidentiels qui consomment annuellement environ 9.3 TWh ce qui représente environ 7 à 8 % de la consommation électrique totale au Québec. De plus, ces appareils drainent environ 10% de l'énergie électrique totale du réseau pendant les périodes de pointe électrique. L'impact des chauffe-eau électriques résidentiels dans le bilan énergétique Québécois n'est donc pas négligeable.

Afin d'obtenir un décalage sur la consommation électrique pendant les périodes des pointes du réseau électrique, il est utile de pouvoir compter sur un modèle de chauffe-eau qui permettrait de prédire la consommation d'énergie et la température de l'eau à la sortie suite à un délestage. La modélisation numérique complète du chauffe-eau se heurte à des difficultés de taille car les transferts thermiques qui se produisent à l'intérieur sont relativement complexes. En effet, on y retrouve des écoulements de convection mixte tridimensionnels turbulents et transitoires ce qui empêche les simulations en temps réel, simulations requises pour des études de délestage.

La présente étude fait suite à une étude de Bernier et Bouthillier (1995). Ces derniers ont bâti un modèle unidimensionnel et transitoire dans le but de prédire le comportement thermique d'un chauffe-eau. Ce mémoire est consacré à des études numériques et expérimentales sur les chauffe-eau électriques résidentiels qui permettront de valider et d'améliorer le modèle présenté par Bernier et Bouthillier (1995). Plus spécifiquement, la présente étude se penche sur deux incertitudes dans ce modèle. Premièrement, la région où l'eau froide rentre dans le réservoir est une région complètement mélangée dont l'évolution temporelle n'est pas bien identifiée. Deuxièmement, la distribution de la chaleur fournie dans le réservoir pendant l'activation des éléments chauffants n'est pas bien caractérisée. Pour ce cas, il s'agit de déterminer l'évolution du panache produit au-dessus des éléments chauffants.

0.2 Recherche bibliographique

La présente section est divisée en deux. D'abord, elle souligne quelques études portant sur la stratification, la thermocline et la zone de mélange. Ces études portent sur la modélisation thermique des réservoirs et sur certains résultats expérimentaux. En deuxième partie, on retrouve les ouvrages traitant de la montée d'un panache et de la distribution de la chaleur produite par une source de chaleur immergée dans un réservoir. Il y a lieu de souligner que Bernier et Bouthillier (1995) ont déjà présenté une revue bibliographique. Quelques-uns des articles examinés par ces derniers sont re-examinés ici dans le but de présenter un portrait global de la situation.

0.2.1 Stratification, thermocline et zone de mélange

Plusieurs modèles unidimensionnels ont été proposés dans la littérature scientifique. L'hypothèse classique consiste à diviser le réservoir en plusieurs tranches superposées dans lesquelles la température est supposée uniforme. Selon cette hypothèse, la température varie seulement selon l'axe du réservoir. L'approximation unidimensionnelle est particulièrement grossière à l'entrée du réservoir où l'écoulement est nettement tridimensionnel et turbulent.

Cabelli (1977) a réalisé un modèle numérique bidimensionnel d'écoulement laminaire dans un réservoir d'eau avec deux configurations différentes d'entrée d'eau. Il a comparé ses résultats avec un modèle analytique unidimensionnel (sans l'effet de mixage à l'entrée). Ses calculs ont été limités à un nombre de Reynolds inférieur à 200. Il montre que les deux approches diffèrent d'environ 12%.

Lavan et Thompson (1977) ont réalisé une série d'essais sur la stratification de réservoirs cylindriques. Ils ont caractérisé l'efficacité d'un réservoir au moyen de trois paramètres: le rapport hauteur/diamètre (L/D); le nombre de Grashof, Gr_D (basé sur la différence entre la température initiale dans le réservoir et la température d'entrée); le nombre de Reynolds à l'entrée, Re (basé sur le diamètre du tuyau d'entrée). Leurs

résultats montrent que l'efficacité augmente (meilleure stratification) lorsque L/D et Gr_D augmente et que Re diminue.

Sliwinski et al. (1978) ont effectué des expériences sur un réservoir cylindrique avec l'entrée et la sortie sur le côté du réservoir. Ils ont observé une stratification pour un nombre de Richardson, Ri (Gr/Re^2), aussi bas que 0.244. Il est à noter que le nombre de Richardson représente le rapport entre la poussée Archimède et l'inertie de l'écoulement. Pour $Ri < 0.002$ le réservoir est complètement mélangé.

Cole et Belliger (1982) ont repris la solution analytique de Cabelli (1977) en introduisant des facteurs de correction pour tenir compte de la conduction dans la paroi et du mixage à l'entrée et à la sortie du réservoir. Ils relèvent que le mixage est très important pour un nombre de Richardson, Ri , inférieur à 0.48. Pour des valeurs supérieures à 0.48, la stratification est bonne. Par ailleurs, des mesures de température tridimensionnelles démontrent clairement que l'hypothèse unidimensionnelle est pleinement justifiée sauf dans la région d'entrée.

Oppel et al. (1986) ont étudié numériquement et expérimentalement les réservoirs stratifiés. Ils ont augmenté la diffusivité artificiellement pour tenir compte du mixage. Cette diffusivité effective était maximum à l'entrée et décroissait de façon hyperbolique jusqu'à la sortie où la vraie diffusivité était utilisée. Ils ont proposé une corrélation pour

la diffusivité effective en fonction du rapport entre le nombre de Re et le nombre de Richardson (Re/Ri) .

Yoo et al. (1986) ont fait des études expérimentales et de la visualisation sur la formation initiale de la thermocline dans un réservoir d'eau froide. Ils ont remarqué que le nombre de Froude à l'entrée est le paramètre gouvernant la formation de la thermocline.

Zurigat et al. (1989) ont examiné six modèles unidimensionnels en les comparant avec leurs propres résultats expérimentaux. La plupart de ces modèles utilisent un facteur de correction pour tenir compte du mixage intense dans la région d'entrée d'eau. Ces facteurs sont empiriques et dépendent de plusieurs facteurs et plus particulièrement de la géométrie d'entrée. Trois types d'entrées ont été étudiés: i) entrée sur le coté; ii) entrée par un diffuseur central avec projection de l'eau sur la paroi supérieur du réservoir; iii) entrée par un diffuseur spécial constitué de petits trous dans le tuyau d'entrée. Pour le deuxième et troisième types d'entrée, l'écart entre les différents modèles et les résultats expérimentaux n'est pas significatif. Même le modèle de Cabelli (1977), qui n'inclut aucun facteur de correction pour le mixage à l'entrée, donne de bons résultats. Ceci n'est pas surprenant puisque ces deux types d'entrée, le fluide est réparti sur une plus grande surface et donc sa vitesse d'entrée est moindre, ce qui entraîne un mixage moins important. Quant au premier type d'entrée, les différences entre les modèles et les

résultats expérimentaux sont plus importantes indiquant qu'aucun des six modèles étudiés n'est vraiment adéquat pour ce type d'entrée.

Nakahara et al. (1989) ont effectué des études numériques et expérimentales sur des réservoirs stratifiés pour le stockage de l'eau froide. Dans leur cas, l'eau chaude pénètre en haut d'un réservoir rempli d'eau froide. Ceci représente une situation thermiquement semblable à celle rencontrée dans les chauffe-eau. Leurs observations expérimentales ont permis de déterminer qu'un réservoir pouvait être divisé en deux parties : une région de mixage complète à l'entrée et une région qui se comporte comme un piston dans le reste du réservoir. Ils ont déterminé une relation empirique pour prédire la hauteur de la zone de mélange dans le temps en fonction du nombre de Richardson d'entrée, $Ri (= Gr/Re^2)$. Cette relation tient compte du diamètre du tuyau d'entrée d'eau, de la vitesse et de la différence de masse volumique entre l'eau qui entre et l'eau contenue dans le réservoir. La température est déterminée séparément pour les deux régions. La hauteur de la zone de mélange est d'abord déterminée à l'aide de leur relation empirique, et l'évolution de la température est ensuite obtenue à partir de la première loi de thermodynamique appliquée sur le volume de la région de mélange (pour chaque incrément de temps). Dans la région d'écoulement du type piston, la température est obtenue en solutionnant l'équation d'énergie unidimensionnelle en tenant compte des échanges par conduction et convection. De plus, lors des variations de débit et de température, ils ont observé les phénomènes suivants: lorsque le débit diminue ou lorsque la température de l'entrée augmente une nouvelle zone stratifiée se forme en

dessous de la zone de mélange précédente. Dans le cas d'un accroissement de débit ou d'une chute de la température d'entrée la zone de mélange s'accroît.

Cai et al. (1993) ont développé un modèle bidimensionnel pour modéliser le mixage turbulent qui se produit lorsque l'eau froide entre dans un réservoir initialement rempli d'eau chaude. Un réservoir bidimensionnel avec une entrée rectangulaire ("slot") au bas du réservoir a été simulé. Ils ont remarqué que pour un nombre d'Archimède plus grand que 5 et un nombre de Reynolds d'entrée plus petit que 1000, l'eau froide ne se mélange pas avec l'eau chaude et le réservoir est thermiquement stratifié.

Kleinbach et al. (1993) présentent les deux modèles couramment utilisés dans le programme TRNSYS pour modéliser les réservoirs de stockage avec plusieurs entrées et sorties: Le modèle à disques multiples et le modèle du type piston. Aucun de ces modèles tien compte d'effet du mixage à l'entrée.

Bernier et Bouthillier (1995) ont réalisé un modèle unidimensionnel de chauffe-eau électrique résidentiel. Ils ont utilisé la relation empirique de Nakahara et al. (1989) pour modéliser la zone de mélange à l'entrée. Il faut noter que cette relation a été développée pour un réservoir rectangulaire avec une surface d'écoulement plus importante et un diamètre du tuyau d'entrée plus gros que ceux typiquement utilisés dans un chauffe-eau résidentiel. Ces deux derniers facteurs diminuent la vitesse d'écoulement pour le même débit d'entrée et la probabilité d'impact du jet sur la paroi opposée est moins élevée.

Malgré la non-correspondance entre les deux géométries, le modèle réalisé par Bernier et Bouthillier (1995) donne de bons résultats.

Homan et al. (1996) ont étudié la performance d'un réservoir stratifié de stockage d'eau glacée. Ils ont développé une solution analytique pour l'équation d'énergie unidimensionnelle et transitoire en supposant une vitesse axiale uniforme sur toute la hauteur du réservoir (sans mixage). Les pertes de chaleur par les parois étaient incluse dans leur modèle. Ils ont montré que l'épaisseur de la thermocline augmente en fonction de $\sqrt{t^* / Pe_h}$, où t^* est le temps adimensionnel (lié au pourcentage de volume retiré) et Pe_h est le nombre de Péclet basé sur la hauteur du réservoir. Ils ont comparé leur modèle avec les résultats expérimentaux existant dans la littérature et ils ont remarqué qu'en réalité la thermocline est plus épaisse que celle prédite théoriquement. Ils ont proposé un nombre de Péclet effectif en utilisant une diffusivité thermique effective obtenues à partir des données expérimentales.

Al-Najem et El-Refae (1997) ont étudié un modèle unidimensionnel d'écoulement dans un réservoir stratifié en négligeant les pertes de chaleur par les parois. Ils ont augmenté la diffusivité artificiellement pour tenir compte du mixage turbulent à l'entrée. Ils ont proposé une fonction exponentielle descendante prenant une valeur maximum à l'entrée et qui diminue ensuite vers la sortie. Pour prédire cette valeur à l'entrée, ils ont proposé une corrélation en fonction du rapport des nombres de Reynolds et Richardson (Re/Ri).

Spall (1998) a récemment étudié numériquement les écoulements de convection mixte transitoire et turbulent dans un réservoir de stockage thermique cylindrique contenant de l'eau glacée. L'eau froide est injectée par une ouverture rectangulaire au bas d'un réservoir thermiquement isolé dont la température initiale est uniforme. Il a fait ses calculs pour une plage de Re variant de 500 à 3000 et une variation du nombre d'Archimède (Richardson) de 0.5 à 5.0. Il a remarqué que pour s'assurer d'obtenir un écoulement stratifié, le nombre d'Archimède doit être plus grand que 2.0 peu importe la valeur du nombre de Re .

Caldwell et Bahnfleth. (1998) ont examiné les mesures de température prises lors du chargement thermique d'un système de stockage d'eau glacée d'un grand centre médical. Ils ont développé une méthode pour prédire la zone de mélange basé sur ces données. La méthodologie consistait à prédire le profil de température en négligeant la zone de mélange. Ensuite, une analyse d'incertitude sur les données expérimentales est utilisée pour indiquer la position de la zone de mélange. Ils ont remarqué que le mixage est concentré près du diffuseur d'entrée et que les taux de mixage sont directement reliés au débit d'entrée. Ils ont aussi reconfirmé que l'écoulement était unidimensionnel au-dessus de la zone de mélange.

Eames et Norton (1998) ont réalisé des études numériques et expérimentales de stockage d'eau chaude pour vérifier l'effet de la géométrie du réservoir sur la stratification. Les résultats ont été comparés avec les résultats obtenus par des modèles

unidimensionnels. Pour une faible vitesse d'entrée, l'aire d'écoulement du réservoir (rectangulaire ou cylindrique) avait une faible influence sur le développement de la thermocline. De plus, ils ont examiné l'impact du rapport hauteur/largeur sur l'efficacité de stockage pour un réservoir initialement rempli d'eau froide où l'eau chaude entre (débit constant) en haut du réservoir. La température moyenne à la sortie du réservoir est évaluée sur la période de temps nécessaire pour renouveler le volume au complet. L'efficacité de stockage est évaluée en comparant la température moyenne obtenue et la température initiale du réservoir. En l'absence d'effets de mixage et de diffusion axiale la température de sortie devrait être égale à la température initiale. Ces études indiquent que l'efficacité de stockage est meilleure lorsque le rapport hauteur/largeur est élevé. Cependant l'auteur ne définit pas précisément ce qu'est l'efficacité de stockage

0.2.2 Montée d'un panache

Wirtz et Chiu (1974) ont étudié la montée d'un panache laminaire et stationnaire dans un environnement stable et thermiquement stratifié. Les équations gouvernantes ont été résolues pour $Pr \leq 1$ en utilisant la méthode d'intégrale ("integral method" en anglais). Des distributions Gaussiennes pour la vitesse axiale et l'excès de température ont été supposées. Des expériences ont également été réalisées pour étudier la génération d'un panache produit par une petite plaque chauffante dans l'air. Les résultats de ces expériences révèlent que le coefficient d'entraînement (le rapport entre les vitesses radiales et axiales) est près de l'unité.

Des expressions pour la vitesse et l'excès de température selon l'axe du panache, ainsi que la demie largeur du panache ont été développées. La montée du panache est schématiquement montrée à la figure 0.3.

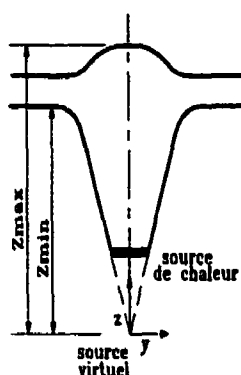


Figure 0.3: Schéma de la montée d'un panache

Ils ont remarqué que le fluide chauffé par la source monte à cause du gradient de la masse volumique. En montant, la masse volumique du fluide dans le panache augmente jusqu'à certaine hauteur où la masse volumique du fluide dans le panache sera égale ou supérieure à celle du fluide avoisinant (point neutre, Z_{min} à la figure 0.3). Cependant, à cause de son momentum, le panache continuera de monter au-dessus du point neutre (Z_{max} à la figure 0.3). Éventuellement, la vitesse du panache sera zéro et le fluide redescendra légèrement pour se répandre autour du point neutre formant ainsi une sorte de tête de champignon.

Kotsovinos (1977) a fait des études expérimentales pour examiner la structure d'un panache turbulent. Les tests ont été faits pour une plage de nombre de Richardson initiale de 0.0 à 0.6. Dans ces expériences, la masse volumique du fluide situé à l'extérieur du panache était uniforme et ce fluide était immobile. La température et la vitesse du panache ont été mesurées au moyen de thermistances (à faible constante de temps) et d'un anémomètre à Laser Doppler. Les résultats expérimentaux ont été utilisés pour trouver les valeurs moyennes ainsi que les fluctuations. L'intensité de la turbulence, la probabilité de la distribution de la masse volumique et finalement l'intermittence d'écoulement, ont aussi été étudiés. Les résultats indiquent que les fluctuations de vitesse et de température augmentent avec le nombre de Richardson. De plus, une grande fluctuation de température a été observée au centre du panache. Selon l'auteur, cette fluctuation est causée par l'intermittence du débit et pas nécessairement par la turbulence.

Torrance (1979) a fait des études numériques et expérimentales sur la convection naturelle laminaire dans une cavité cylindrique chauffée par une paroi maintenue à température constante et située au centre du fonds du réservoir. Le fluide dans la cavité était linéairement stratifié. Pour un faible stratification et une forte poussée d'Archimède, le panache se forme immédiatement au-dessus de la source. Pour $Gr < 10^4$, l'échange de chaleur se fait par conduction alors que le panache se forme pour $Gr > 10^4$. Pour un faible stratification le panache monte plus haut dans la cavité. Finalement, une diminution du Pr implique que la conduction devient plus importante.

Cook (1980) a effectué une série d'expériences sur des chauffe-eau électriques résidentiels ($D=0.42\text{m}$, $L=1.36$, capacité nominale de 172 L, 2 éléments de 4.5 kW chacun). Ces chauffe-eau étaient équipés de 6 thermocouples placés verticalement au centre de 6 volumes égaux. Des essais de stratification sont rapportés. Pour les essais de stratification, le réservoir initialement rempli d'eau froide est soudainement chauffé soit par l'élément du haut ou par les deux éléments en alternance (débit nul). Pour le premier essai (seulement élément du bas est activé) les températures mesurées par les six thermocouples sont à peu près identiques et augmentent linéairement dans le temps. Dans le deuxième essai de stratification, l'élément du haut est activé le premier jusqu'au moment où la température de sortie désirée est atteinte. Comme pour le premier essai, la température capturée par les deux thermocouples situés en haut de l'élément du haut est presque identique et la zone située en bas de cet élément n'est pas touchée. À ce moment-là l'élément du bas est activé et la température de l'eau dans le volume compris entre les éléments du haut et du bas est à peu près uniforme à chaque pas de mesure ce qui semble indiquer que le panache engendre un bon mixage.

Himasekhar et Jaluria (1982) ont fait une étude analytique sur l'écoulement laminaire d'un panache axisymétrique dans un environnement linéairement stratifié. L'effet de la stratification sur la vitesse et la température selon l'axe du panache, pour $Pr=0.7$ et $Pr=7.0$ a été étudié. Les résultats obtenus montre que pour une forte stratification la poussée locale du panache diminue et un écoulement inverse (poussée négative) peut se produire à l'extérieur de la limite du panache.

List (1982) a réalisé une excellente étude sur la physique des panaches turbulents. Il a noté que la transition laminaire-turbulent se produit pour un nombre de Grashof de 3×10^8 . Selon List, le mécanisme de montée du panache induit par une source de chaleur se produit de la façon suivante. La chaleur fournie chauffe l'eau au-dessus de la source et diminue la masse volumique locale par rapport au fluide avoisinant. Cette différence de masse volumique, sous l'influence du champ gravitationnel, entraîne une accélération de fluide chauffé vers le haut. Si l'alimentation de la chaleur continue, un panache stationnaire se forme.

Il a caractérisé la montée du panache par le flux spécifique de poussée, $B (=g\beta Q/\rho C_p)$ où Q représente la source de chaleur, et où β , g , ρ , et C_p ont leur signification habituelle. Le paramètre B est un très important puisqu'il permet de déterminer le débit d'entraînement du panache ainsi que d'autres caractéristiques.

Rajaratnam et al. (1983) ont étudié la montée du panache turbulent causée par une source linéique en présence d'un écoulement axial uniforme ascensionnel. Les résultats de cette étude montrent que le taux de montée du panache et la variation de la vitesse selon l'axe du panache étaient les mêmes que pour un environnement stagnant. Il faut noter que ce type de co-écoulement se produit à l'intérieur d'un chauffe-eau électrique lorsque l'élément électrique est activé et qu'il y a consommation d'eau.

Peterson (1994) a effectué une analyse d'échelle du mixage dans un grand volume stratifié causé par la montée d'un panache. Le flux spécifique de poussée défini par List (1982) a été utilisé pour la modélisation du débit d'entraînement du panache. Le modèle proposé est unidimensionnel et utilise des relations empiriques pour le débit d'entraînement. Le modèle a été utilisé pour analyser un élément de chaleur immergé dans un bassin d'eau. Les résultats expérimentaux montrent que, horizontalement, le changement de température est négligeable sauf dans la région proche du panache.

Bernier et Bouthillier (1995) ont modélisé le chauffe-eau électrique avec écoulement unidimensionnel. Pour modéliser le panache, les résultats des expériences de Cook (1980) ont été utilisés. La chaleur libérée par l'élément chauffant est distribuée dans le volume compris entre l'élément chauffant et la zone initialement chauffée. Bernier (1996) a par la suite utilisé ce modèle pour vérifier l'impact d'un délestage sur la demande de pointe électrique.

Grignon et al. (2000) ont présenté une méthode pour identifier avec précision la structure Gaussienne d'un panache développé au-dessus d'un barreau chauffant situé dans un canal de faible hauteur. La méthode est basée sur des données acquises simultanément par une multitude de capteurs de température à faible constante de temps. La méthode a permis d'identifier, au voisinage de la source, des périodes où la structure du panache est cohérente. En appliquant directement la méthode sur l'axe de la cavité, l'existence d'un écoulement relativement agité a été observé.

0.3 Objectifs de la présente étude

Il ressort des études présentées aux sections précédentes que l'écoulement dans un réservoir, tel un chauffe-eau, est presque unidimensionnel sauf dans la zone proche de l'entrée où l'écoulement en est un de convection mixte turbulent et tridimensionnel. Le nombre de Richardson, Ri , et le degré de la stratification ont été identifiés comme paramètre important pour caractériser le niveau du mixage. L'étude de Nakahara et al. (1989), qu'ont utilisé Bernier et Bouthillier (1995) apporte des pistes intéressantes. Cependant, cette dernière étude a été réalisée sur un réservoir rectangulaire possédant une surface d'écoulement plus importante et un diamètre du tuyau d'entrée plus gros que ce que l'on rencontre généralement dans un chauffe-eau résidentiel. Outre cette étude, très peu d'études expérimentales ont été faites sur le mixage à l'entrée dans un chauffe-eau résidentiel avec la position d'entrée de l'eau sur le côté.

La deuxième partie de la revue de littérature révèle qu'il y a un manque d'études expérimentales sur la montée d'un panache turbulent formé au-dessus d'une source de chaleur immergée dans une cavité thermiquement stratifiée.

Les deux principaux objectifs de la présente étude sont donc:

1. Réaliser des études expérimentales pour visualiser et quantifier la montée d'un panache formé au-dessus d'un élément chauffant afin de mettre en lumière le mécanisme de distribution de la chaleur dans le réservoir.
2. Réaliser des études expérimentales sur la zone de mélange au bas d'un chauffe-eau. L'objectif ici est d'obtenir une corrélation empirique pour déterminer l'évolution temporelle de cette zone dans le but de l'inclure dans le modèle numérique.

0.4 Organisation de ce mémoire

Ce mémoire comporte l'introduction, quatre chapitres et une conclusion. L'introduction et la revue de littérature ainsi que les objectifs de la présente étude ont été détaillés dans le présent chapitre. Le chapitre 1 présente les considérations préliminaires. La modélisation numérique du chauffe-eau est présentée au chapitre 2. Ensuite, le chapitre 3 présente le montage expérimental qui a été conçu et développé pour la présente étude. Le chapitre 4 est entièrement consacré à la présentation et à l'analyse des résultats expérimentaux. Pour terminer, une brève conclusion ainsi que différentes recommandations sont présentées dans le dernier chapitre.

CHAPITRE 1

CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

Tel que mentionné au chapitre précédent, la présente étude se penche sur deux aspects du comportement thermique d'un chauffe-eau électrique. Dans le premier cas, il s'agit d'étudier la zone de mélange et les écoulements de convection mixte au bas du chauffe-eau. Le second cas est une étude sur la montée du panache et la distribution de la chaleur à l'intérieur du réservoir pendant l'activation d'un élément chauffant.

1.1 Zone de mélange

1.1.1 Considérations préliminaires

De façon générale la formation et l'évolution de la zone de mélange peuvent être décrites de la façon suivante. Considérons le cas où le chauffe-eau est initialement complètement chargé d'eau chaude à une température uniforme sur toute la hauteur du réservoir tel que montré sur la figure 1.1a. Lorsqu'il y a consommation d'eau chaude, l'eau froide pénètre au bas du réservoir et on assiste alors à un mixage local dans la région d'entrée. À cause de la différence de masse volumique entre l'eau mélangée (plus dense) et l'eau chaude initialement stockée, sous l'action du champ gravitationnel une région stratifiée se forme au bas du réservoir (figure 1.1b). Puis, le gradient de masse

volumique devient de plus en plus important et une région avec un fort gradient de température, qu'on appelle une thermocline, se forme.

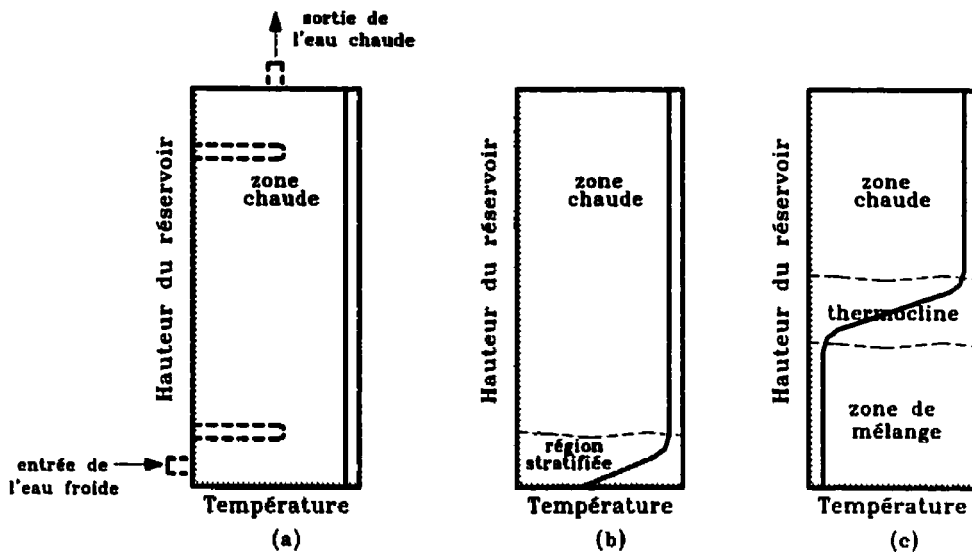


Figure 1.1: a) Réservoir initialement rempli d'eau chaude (débit nul)
 b) Formation de la thermocline due au mixage local de l'eau froide pénétrant et de l'eau chaude stockée
 c) Montée de la thermocline et évolution de la zone de mélange

Si la consommation d'eau se poursuit, la thermocline monte dans le réservoir (figure 1.1c) et une zone de mélange située en dessous de la thermocline se forme. En fonctionnement normal, un chauffe-eau stratifié possède donc trois zones thermiques importantes: La zone de mélange, la thermocline, et la zone chaude. La stratification thermique est nettement souhaitable car elle permet d'obtenir de l'eau chaude à la sortie même si l'eau froide entre dans le réservoir.

Deux facteurs contribuent à réduire la stratification et la capacité de stockage thermique. Premièrement, l'épaisseur de la thermocline aura tendance à augmenter dans le temps à

cause de trois phénomènes: La diffusion de la chaleur de la zone chaude vers la zone froide; Les pertes thermiques au travers de l'enveloppe du réservoir et la conduction dans les parois verticales qui agissent comme un pont thermique entre la zone chaude et mélange. Deuxièmement, le mixage à l'entrée dans la zone de mélange est sans doute le mécanisme qui contribue le plus à la dé-stratification. Ainsi, si le mixage à l'entrée est trop important, la zone de mélange risque de couvrir tout le réservoir ce qui diminue la température de l'eau chaude à la sortie.

La modélisation complète de la zone de mélange est très complexe étant donné la nature tridimensionnelle et transitoire des écoulements dans cette région. De plus, toute modélisation en temps réel du comportement du chauffe-eau s'avère impossible à cause des temps de calculs. C'est pourquoi des corrélations empiriques simples sont requises pour prédire le comportement thermique de la zone de mélange. Un des objectifs de ce travail est justement de déterminer expérimentalement la formation initiale de la région stratifiée, la thermocline et la hauteur de la zone de mélange en fonction du temps.

1.1.2 Détermination des caractéristiques de la zone de mélange

Tout d'abord, il est important de souligner que le mécanisme de mixage dans la zone de mélange dépend dans une large mesure de la géométrie d'entrée. Zurigat et al. (1989), ont étudié trois types d'entrée : i) entrée sur le côté (tel que montré sur la figure 1.1), ii) entrée par un tube central avec projection de l'eau sur la paroi supérieure du réservoir,

iii) entrée par un diffuseur spécial constitué de petits trous dans le tuyau d'entrée. Six modèles unidimensionnels ont été examinés et comparés avec leurs propres résultats expérimentaux. Parmi ces modèles, il y a des modèles qui tiennent compte du mixage en augmentant artificiellement la diffusivité de l'eau à l'entrée et d'autres qui n'incluent aucun effet de mixage. Les résultats montrent que pour le deuxième et troisième type d'entrée l'écart entre la prédiction de la distribution de température et les résultats expérimentaux n'est pas significatif. En effet, ces types d'entrée diminuent la vitesse de l'eau à l'entrée ce qui rend la modélisation de la zone de mélange moins importante. Pour les entrées sur le côté, les différences sont plus importantes et aucun des six modèles étudiés n'est vraiment adéquat.

Pour les entrées sur le côté il faut se tourner vers les études de Nakahara et al. (1989). Ceux-ci ont réalisé des études expérimentales et numériques du stockage de l'eau froide avec entrée sur le côté du réservoir. Dans leur cas, de l'eau chaude pénètre au haut d'un réservoir rempli d'eau froide. Cette situation est thermiquement similaire au cas où de l'eau froide pénétrerait au bas d'un réservoir rempli d'eau chaude, comme c'est le cas dans un chauffe-eau. Ils ont montré que la hauteur de cette zone de mélange est donnée par une relation du type :

$$R = R_0 + R_1 t^* \quad (1.1)$$

où R est la hauteur adimensionnelle de la zone de mélange. Cette hauteur s'accroît linéairement en fonction de t^* . Cette dernière valeur représente, sous forme

adimensionnelle, le temps écoulé ou, plus précisément, le pourcentage du volume d'eau retiré. Donc, t^* est définie par $\int Q dt / V_{tot}$ où Q est le débit volumique et V_{tot} est le volume du réservoir (ainsi à $t^*=1$ l'équivalent d'un réservoir aura été vidé). Il y a deux constantes qui complètent l'équation 1.1, R_0 et R_k . La valeur de R_0 correspond à la hauteur initiale de la zone de mélange. Cette hauteur dépend du nombre de Richardson d'entrée qui est défini par le rapport entre le nombre de Grashof (Gr) sur le nombre de Reynolds au carré (Re^2). Le nombre de Grashof représente le rapport de la poussée Archimède sur les forces visqueuses alors que le nombre de Reynolds représente le rapport des forces inerties sur les forces visqueuses. Ainsi le nombre de Ri représente le rapport entre la poussée Archimède et l'inertie de l'écoulement. Le nombre de Richardson d'entrée est défini comme suit :

$$Ri = \frac{d_0 g (\Delta \rho / \rho_0)}{u_0^2} \quad (1.2)$$

où d_0 représente le diamètre du tuyau d'entrée, g est l'accélération gravitationnelle, $\Delta \rho$ est la différence de masse volumique entre l'eau qui entre et l'eau contenue dans le réservoir, ρ_0 est une masse volumique de référence, et u_0 est la vitesse de l'eau à son entrée dans le chauffe-eau.

Nakahara et al. (1989) ont suggéré une valeur de 0.4 pour le coefficient R_k et la relation empirique suivante pour déterminer R_0 :

$$R_0 = 0.7 Ri^{-0.5} (d_0 / L) \quad (1.3)$$

où L est la hauteur du réservoir. Il est intéressant de s'attarder aux équations 1.2 et 1.3 pour comprendre la formation initiale de la hauteur R_0 en fonction des deux paramètres les plus importants, soit u_0 et $\Delta\rho$. Ainsi, on remarque que plus la vitesse u_0 est grande et plus la hauteur R_0 sera grande. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'avec une grande vitesse d'entrée, il y aura un mixage important à cet endroit ce qui augmentera la hauteur initiale de la région stratifiée et la hauteur initiale de la région de mélange. D'autre part la hauteur R_0 diminuera lorsque $\Delta\rho$ augmentera. En effet, en augmentant la différence de masse volumique entre l'eau qui entre et celle déjà contenue dans le chauffe-eau on favorise la stratification plutôt que le mixage.

Il faut noter que l'équation 1.3 a été développée en utilisant un réservoir cubique ($0.8 \times 0.8 \times 0.8$ m) avec un tuyau d'entrée de 45 mm de diamètre. Donc, cette corrélation empirique doit être employée avec prudence lorsqu'il s'agit de chauffe-eau électriques puisque ceux-ci sont cylindriques et le tuyau d'entrée a un diamètre de l'ordre de 19 à 25mm. Ainsi pour un même débit, la vitesse d'entrée sera beaucoup plus élevée pour un chauffe-eau que dans les expériences de Nakahara.

Il est clair que l'utilisation d'une relation du type de celle présentée à l'équation 1.1 requiert une série d'expériences pour déterminer les constantes R_0 et R_k applicables aux

chauffe-eau électriques. La première partie de ce travail se concentre donc sur la détermination expérimentale de ces constantes R_0 et R_k . Pour ce faire, des études de visualisation ainsi que des mesures de températures ont été entreprises sur un chauffe-eau grandeur nature.

Selon Nakahara et al. (1989), en connaissant la hauteur de la région de mélange il est possible de trouver la température de cette région en appliquant la première loi de thermodynamique. Ainsi, en supposant que la température de la zone de mélange est uniforme, l'évolution temporelle de la température est donnée par:

$$T_{t+\Delta t} = T_{ent} - (T_{ent} - T_t) e^{-\left[\frac{Q\Delta t}{VR}\right]} \quad (1.4)$$

où $T_{t+\Delta t}$ et T_t représentent la température de l'eau dans la zone de mélange aux temps $t+\Delta t$ et t respectivement, T_{ent} est la température de l'eau d'entrée. Les équations 1.1 et 1.4 constituent donc les équations gouvernantes de la zone de mélange proposées par Nakahara et al. (1989).

1.2 Montée d'un panache suite à l'activation d'un élément chauffant

1.2.1 Considérations préliminaires

Dans un chauffe-eau électrique de type résidentiel, la chaleur est fournie par deux éléments électriques d'une capacité nominale d'environ 3 à 4 kW chacun. L'aquastat localisé près de l'élément, active l'élément chauffant lorsque l'eau froide atteint ce niveau. À ce moment, l'eau autour de l'élément chauffant est chauffée et on assiste à la montée d'un panache. La figure 1.2 présente schématiquement les principales caractéristiques d'un panache issu d'une source de chaleur linéique (i.e. un élément chauffant).

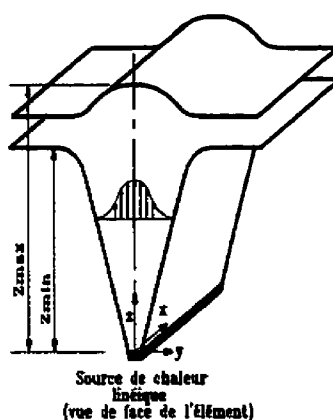


Figure 1.2: Représentation schématique de la montée d'un panache

De façon générale, la montée d'un panache peut-être décrite de la façon suivante. Tout d'abord, l'eau chauffée près de la source devient moins dense que l'eau du réservoir.

Cette différence de masse volumique, sous l'effet du champ gravitationnel, entraîne alors l'eau chaude vers le haut. En montant, l'eau chaude entraîne une certaine quantité d'eau secondaire qui était initialement stagnante. L'entraînement de cette eau est causé par le frottement entre l'eau chaude qui monte et l'eau avoisinante. Tel que montré sur la figure 1.3, il s'ensuit une montée de l'eau en forme de cône avec une distribution Gaussienne de la vitesse axiale. Le fluide continue de monter jusqu'à une certaine hauteur que l'on appelle généralement le point neutre (Z_{\min} sur la figure 1.2) où la masse volumique du fluide dans le panache est égale à celle du fluide avoisinant. En principe, le fluide devrait cesser de monter à cet endroit mais à cause de son inertie le panache continuera son ascension au-dessus du point neutre. Éventuellement, la vitesse du panache sera nulle (au point Z_{\max} sur la figure 1.2) et le fluide redescendra légèrement pour se répandre autour du point neutre (Wirtz et Chiu, 1974) le tout prenant la forme d'un champignon.

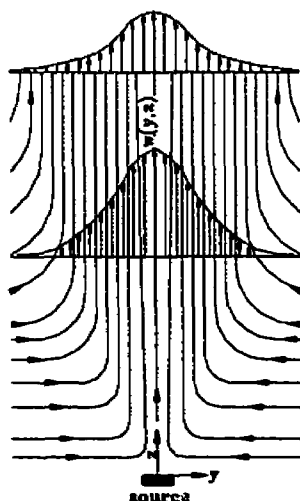


Figure 1.3: Représentation schématique des lignes de courant lors de la montée d'un panache

Tel que montré à la figure 1.4a, un chauffe-eau est stratifié et possède trois zones distinctes: Une zone chaude; Une thermocline et une zone de mélange qui est relativement froide. La température de la zone chaude est généralement au point de consigne de l'aquastat, soit environ 55 à 60°C. La température de la zone de mélange dépend du débit et de la température d'entrée mais elle se situe généralement dans la plage 10-30°C. Lorsque l'élément chauffant est activé, le panache se forme et commence à monter au-dessus de l'élément. Comme l'eau possède une grande capacité

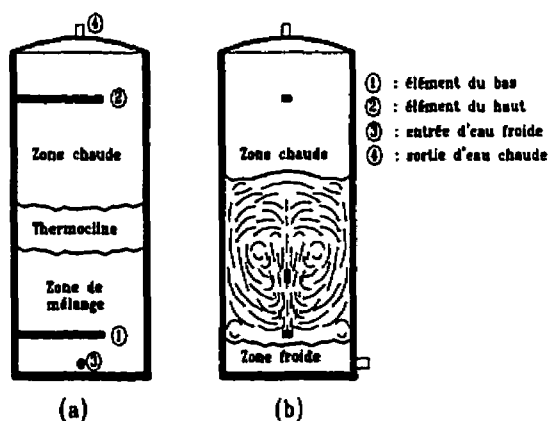


Figure 1.4: a) Réservoir initialement stratifié (l'élément n'est pas activé); b) L'élément est activé et le panache monte jusqu'au début de la zone chaude

thermique (ρVC_p), la température de l'eau dans le panache augmente faiblement ce qui fait que l'eau au centre du panache demeure plus dense que l'eau dans la zone chaude. De ce fait, l'eau chaude produite par l'élément ne traversera pas la partie inférieure de la zone chaude. Comme le réservoir est une espace confiné, l'eau chauffée et accumulée dans la partie inférieure de la zone chaude redescendra (à l'extérieur du panache) vers le

bas pour compenser l'eau secondaire puisée par le panache. On assiste alors à un phénomène de recirculation, tel que schématisé à la figure 1.4b. Finalement, tel qu'il sera montré dans un chapitre ultérieur, la zone située sous l'élément chauffant est peu affectée par l'élément chauffant et elle reste à température constante.

La deuxième partie de la présente étude a comme objectif l'étude expérimentale et la visualisation de ces panaches dans le but d'inclure leur comportement thermique dans les modèles numériques de chauffe-eau.

1.2.2 Détermination des caractéristiques de montée d'un panache

Le premier paramètre important à déterminer est le nombre de Grashof du panache. Celui-ci est défini par:

$$Gr = \frac{g\beta q' h^3}{k\nu^2} \quad (1.5)$$

où q' est la puissance fournie par l'élément chauffant par unité de longueur (W/m), β est la coefficient d'expansion thermique de l'eau, h est la hauteur du panache, k est la conductivité thermique de l'eau et finalement ν est la viscosité cinématique de l'eau.

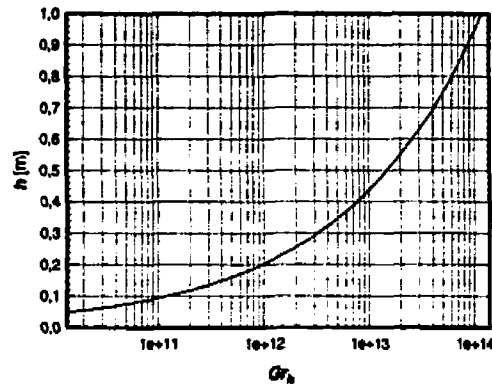


Figure 1.5: Nombre de Grashof du panache en fonction de la hauteur de montée du panache dans un chauffe-eau

List (1982) a montré que la transition laminaire-turbulent pour un panache se produit pour un nombre de Grashof de 3×10^8 . La figure 1.5 présente la variation du nombre de Grashof en fonction de la hauteur du panache pour des conditions d'utilisation typiques. En considérant que l'élément sera activé lorsque au moins 5 à 10 centimètres d'eau froide le couvrent, il est clair que la montée d'un panache dans un chauffe-eau est un phénomène turbulent puisque le nombre de Grashof correspondant est de l'ordre de 10^{10} .

Un autre paramètre important qui caractérise le panache est le flux spécifique de poussée, B ("specific buoyancy flux" en anglais). Cette valeur est donnée par :

$$B = \frac{g\beta q'}{\rho c_p} \quad (1.6)$$

où ρ est la masse volumique du fluide et c_p est la chaleur spécifique. En vérifiant cette équation on s'aperçoit que ce paramètre est à peu près constant et unique pour chaque source de chaleur et dépend essentiellement de la puissance de l'élément chauffant puisque les propriétés physiques de l'eau sont presque constantes.

À partir du flux spécifique de poussée, il est possible de définir d'autres caractéristiques de montée du panache. Cependant, tel que mentionné dans la revue de la littérature il existe très peu d'études expérimentales sur la montée d'un panache turbulent et transitoire dans un réservoir stratifié. On doit alors se tourner vers des études plus générales telle celle List (1982). Ce dernier donne les relations suivantes pour le flux volumétrique total, Q , d'un panache stationnaire et turbulent produit par une source de chaleur linéaire située dans un environnement non-confiné et non-stratifié:

$$Q = k_\mu B^{1/3} z \quad (1.7)$$

Le flux de quantité de mouvement, m , toujours selon List (1982), est donné par :

$$m = k_m B^{2/3} z \quad (1.8)$$

où k_μ et k_m sont des constantes, et z est la coordonnée verticale. L'équation 1.7 montre que le débit d'entraînement du panache est constant sur toute la hauteur du panache. Les deux paramètres invariants du panache sont:

$$C = \frac{Q^2}{mz} = \frac{k_\mu^2}{k_m} \quad (1.9)$$

$$Ri_p = \frac{Q^2 B^{2/3}}{m^2} = \frac{k_\mu^2}{k_m^2} \quad (1.10)$$

où Ri_p est le nombre de Richardson du panache et C représente la constante de mesure de largeur du panache. Les valeurs de C et Ri_p sont généralement obtenus expérimentalement. Pour un panache produit par une source de chaleur linéaire, List (1982) recommande les valeurs suivantes: $C = 0.29$, $Ri_p = 0.735$, ce qui donne $k_\mu = 0.338$ et $k_m = 0.394$. Il est utile de rappeler que ces valeurs ne sont valables que pour la montée d'un panache turbulent stationnaire dans un environnement non-confiné et non-stratifié, conditions qui ne sont pas celles rencontrées dans un chauffe-eau. Néanmoins, ces valeurs seront utiles pour expliquer certains phénomènes.

Afin de mieux comprendre le comportement thermique du panache généré par une source linéique, les équations gouvernantes d'un panache laminaire, bidimensionnel et stationnaire sont résolues à l'aide de la méthode dite de l'intégrale. Selon l'approche de Wirtz et Chiu (1974), des profils de température et de vitesse Gaussiens sont supposés sur toute la hauteur du panache. De plus, on suppose que l'environnement avoisinant

possède une stratification linéaire. La figure 1.6 présente schématiquement le problème étudié.

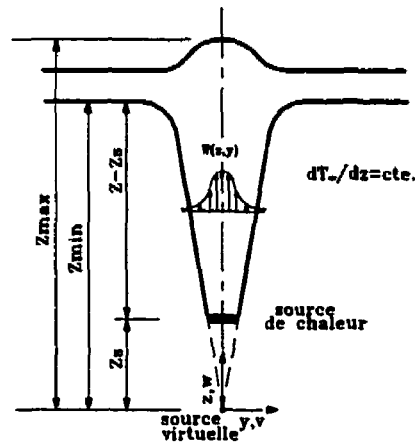


Figure 1.6: Présentation schématique du problème étudié

Les équations de la conservation de masse, de la quantité de mouvement (dans la direction du z) et de l'énergie sont données par:

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.11)$$

$$w \frac{\partial w}{\partial z} + v \frac{\partial w}{\partial y} = g\beta(T - T_-) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (1.12)$$

$$w \frac{\partial T}{\partial z} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1.13)$$

où, T_{∞} est la température de l'environnement au voisinage du panache, w et v sont les vitesses d'écoulement selon z et y , respectivement (figure 1.6). Il faut noter que les mouvements sont seulement dus à la poussée d'Archimède et le gradient de pression axial, $\partial P / \partial z = 0$. Les conditions de frontières sont:

$$\left. \begin{array}{l} y=0: \quad v=0, \frac{\partial w}{\partial y}=0, \frac{\partial T}{\partial y}=0 \\ y=\infty: \quad w=0, T=T_{\infty} \end{array} \right\} \quad (1.14)$$

Si on intègre ces équations dans la direction y pour $y = 0$ à ∞ , la forme intégrale de ces équations est obtenue. En commençant par l'intégration de l'équation 1.11 on obtient:

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial w}{\partial z} dy + \int_0^{\infty} \frac{\partial v}{\partial y} dy = 0 \quad (1.15)$$

Sachant que $v=0$ à $y=0$, cette équation se simplifie pour donner:

$$v_{y=\infty} = - \int_0^{\infty} \frac{\partial w}{\partial z} dy \quad (1.16)$$

En procédant de la même façon pour l'équation 1.12 on obtient :

$$\int_0^{\infty} w \frac{\partial w}{\partial z} dy + \int_0^{\infty} v \frac{\partial w}{\partial y} dy = \int_0^{\infty} g\beta(T - T_{\infty}) dy + \nu \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dy \quad (1.17)$$

En faisant une intégration partielle du deuxième terme à gauche, l'équation 1.17 peut s'écrire :

$$\int_0^{\infty} w \frac{\partial w}{\partial z} dy + wv \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} w \frac{\partial v}{\partial y} dy = \int_0^{\infty} g\beta(T - T_{\infty}) dy + \nu \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_0^{\infty} \quad (1.18)$$

Le deuxième terme à gauche dans l'équation 1.18 est nul car à $y = 0$, $v = 0$ et $\partial w / \partial y = 0$ (symétrie) et à $y = \infty$, $w = 0$. En utilisant l'équation 1.11 et en remplaçant $\partial v / \partial y$ par $-\partial w / \partial z$ dans le troisième terme à gauche dans l'équation 1.18, l'équation de la quantité de mouvement selon z est donnée, sous forme intégrale, par:

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\infty} w^2 dy = \int_0^{\infty} g\beta(T - T_{\infty}) dy + \nu \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=\infty} \quad (1.19)$$

Similairement, en utilisant les équations 1.11 et 1.16, l'équation de l'énergie (équation 1.13) sous forme intégrale peut s'écrire:

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\infty} w(T - T_{\infty}) dy = -\frac{dT_{\infty}}{dz} \int_0^{\infty} w dy + \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\infty} \quad (1.20)$$

Les derniers termes à droite des équations 1.19 et 1.20 représentent, respectivement, le terme de friction et le transfert de chaleur par conduction du panache vers son environnement immédiat. Les premiers termes à droite des équations 1.19 et 1.20 représentent, respectivement, la poussée d'Archimède et le transport d'énergie par l'entraînement du fluide de l'environnement avoisinant vers le panache. Tel que mentionné par Wirtz et Chiu (1974), en analysant l'ordre de grandeur de chacun des termes, on s'aperçoit que les derniers termes de ces équations sont négligeables par rapport aux autres termes. Donc, les deux équations peuvent s'écrire:

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\infty} w^2 dy = \int_0^{\infty} g \beta (T - T_{\infty}) dy \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\infty} w (T - T_{\infty}) dy = - \frac{dT_{\infty}}{dz} \int_0^{\infty} w dy \quad (1.22)$$

En utilisant la forme intégrale du débit volumétrique dans la relation de List (1982) on obtient :

$$2 \int_0^{\infty} w dy = k_{\mu} B^{1/3} z \quad (1.23)$$

Les distributions de vitesse et de température dans le panache ont été approximées par des profils Gaussiens en supposant qu'à $y = \infty$ la vitesse axiale w est nulle et que la

température est égale à la température de l'environnement avoisinant. Dans le cas de la température, on utilisera plutôt l'excédent de température ("excess temperature" en anglais) comme c'est souvent le cas dans l'analyse des panaches. L'excédent de température, dénoté par $\theta(y,z)$, est simplement défini par: $\theta(y,z) = T(y,z) - T_\infty(z)$.

Les distributions Gaussiennes sont données par:

$$w(y,z) = w_0(z) \exp(-6.9 \frac{y^2}{\delta^2}) \quad (1.24)$$

$$\theta(y,z) = \theta_0(z) \exp(-6.9 \frac{y^2}{\delta_t^2}) \quad (1.25)$$

où, $w_0(z)$ est la vitesse axiale au centre du panache ($w_0(z) = w(0,z)$) et $\theta_0(z)$ est l'excédent de température au centre du panache ($\theta_0(z) = \theta(0,z) = T(0,z) - T_\infty(z)$), δ et δ_t sont, respectivement, les épaisseurs de la couche limite dynamique et thermique. Pour un écoulement laminaire on a (Incropera et Dewitt, 1996) :

$$\frac{\delta}{\delta_t} = \text{Pr}^{1/3} \quad (1.26)$$

Ici δ et δ_t représentent la moitié de l'épaisseur du panache dynamique et thermique. Le coefficient 6.9 dans les équations 1.24 et 1.25 est obtenu en supposant que lorsque $y=\delta$

la vitesse axiale représente 0.1% de la vitesse axiale au centre du panache ($w(\delta, z) / w_0(z) = 0.001$) et de façon similaire pour $y = \delta$, $\theta(\delta, z) / \theta_0(z) = 0.001$.

En remplaçant l'équation 1.24 dans 1.23 et en intégrant cette équation, la vitesse axiale au centre du panache peut être obtenue :

$$w_0(z) = \sqrt{\frac{6.9}{\pi}} k_\mu B^{1/3} \frac{z}{\delta} \quad (1.27)$$

De plus, en utilisant l'équation 1.23 dans l'équation 1.22 et en intégrant selon z , l'équation suivante est obtenue :

$$\int_0^{\infty} w \theta dy = -\frac{dT_\infty}{dz} \frac{k_\mu}{2} B^{1/3} \frac{z^2}{2} + c \quad (1.28)$$

En supposant qu'à $z = 0$ la chaleur est libérée par une source linéique virtuelle infinitésimale (figure 1.6), la constante dans l'équation 1.28 peut être obtenue et elle est donnée par :

$$c = \frac{q'}{\rho c_p} = \frac{B}{g\beta} \quad (1.29)$$

Si on remplace les équations 1.24 et 1.25 dans l'équation 1.28 et si on intègre cette dernière selon y , on obtient, après avoir réarranger les termes (en utilisant notamment les équations 1.26 et 1.27) :

$$\theta_0(z) = \sqrt{\text{Pr}^{2/3} + 1} \left(\frac{2B^{2/3}}{k_\mu g \beta z} - \frac{dT_\infty}{dz} \frac{z}{2} \right) \quad (1.30)$$

Les équations 1.24 et 1.25 ont été remplacées dans l'équation 1.21 (quantité de mouvement) et après intégration selon y on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial z} [w_0^2 \delta] = \sqrt{2} g \beta \theta_0 \delta, \quad (1.31)$$

En utilisant les relations 1.26 et 1.27 dans l'équation 1.31 on obtient l'équation différentielle linéaire du premier degré :

$$\frac{d\zeta}{dz} + \frac{2}{z} \zeta = \frac{2\sqrt{2}}{\text{Pr}^{1/3}} g \beta \theta_0 \quad (1.32)$$

où $\zeta = w_0^2$. En utilisant l'équation 1.30 pour θ_0 , cette équation peut être résolue pour obtenir la variation de la vitesse axiale au centre du panache en fonction de la coordonnée verticale z .

$$w_0^2(z) = \sqrt{2}g\beta \frac{\sqrt{\text{Pr}^{2/3} + 1}}{\text{Pr}^{1/3}} \left(\frac{2B^{2/3}}{k_\mu g\beta} - \frac{dT_\infty}{dz} \frac{z^2}{4} \right) \quad (1.33)$$

Pour obtenir l'épaisseur du panache (δ) l'équation 1.33 peut être utilisée de concert avec l'équation 1.27 sachant qu'à $z = 0$, $\delta = 0$ et ce point représente la source virtuelle.

Les équations 1.30 et 1.33 caractérisent la montée d'un panache laminaire dans un environnement non-confiné possédant une stratification linéaire. En vérifiant l'équation 1.30 on s'aperçoit qu'à $z = 0$, cette équation donne une valeur infinie pour θ_0 à cause de l'utilisation d'une source linéique virtuelle infinitésimale. Pour trouver la position de cette source virtuelle il faut d'abord connaître la demi-largeur, δ_s , de la source de puissance réelle. En utilisant d'abord l'équation 1.27 pour trouver la vitesse axiale au centre du panache au niveau de la source de chaleur, et ensuite en utilisant l'équation 1.33, la hauteur de la source réelle au-dessus de la source virtuelle, z_s (figure 1.6), peut être déterminée.

Les autres paramètres importants à déterminer sont z_{max} et z_{min} qui sont, respectivement, les limites haute et basse du nuage produit au sommet du panache (figure 1.6). La hauteur z_{max} correspond au cas où la vitesse axiale au centre du panache, w_0 , atteint une valeur nulle. Cette valeur peut être obtenue en fixant $w_0 = 0$ dans l'équation 1.33. Il faut noter que pour obtenir la hauteur réelle il faut tenir compte de la hauteur de la source, soit z_s .

La valeur de z_{min} correspond au cas où θ_0 atteint une valeur nulle. Ce cas correspond à la situation où la différence de température entre le centre du panache et l'environnement avoisinant est nulle. En d'autres mots, la poussée d'Archimède est zéro et il n'y a plus de force verticale entraînant le fluide vers le haut. Cependant, et tel que mentionné auparavant, le fluide continue son mouvement ascensionnel à cause de son inertie. Pour trouver la valeur de z_{min} , θ_0 dans l'équation 1.30 a été remplacé par zéro.

Les équations pour z_{max} et z_{min} sont donc données par :

$$z_{max}^2 = \frac{B^{2/3}}{k_\mu g \beta} \frac{8}{dT_\infty / dz} \quad (1.34)$$

$$z_{min} = \frac{z_{max}}{\sqrt{2}} \quad (1.35)$$

Les équations 1.34 et 1.35 montrent que les hauteurs maximale et minimale du panache (i.e. les points haut et bas du nuage) dépendent de la valeur de B et du degré de stratification de l'environnement.

La méthode d'intégrale utilisée ici est une méthode approximative. De plus, tel que mentionné précédemment, le problème étudié (panache laminaire, bidimensionnel,

stationnaire dans un environnement non-confiné) ne correspond pas à celui qu'on retrouve dans un chauffe-eau (panache turbulent, tridimensionnel dans un réservoir confiné dont le degré de stratification varie en fonction du temps). Bien qu'elles ne peuvent être directement utilisées dans un chauffe-eau parce qu'elles ont été obtenues pour des conditions légèrement différentes, les équations 1.30 et 1.33 sont quand même utiles pour montrer certaines tendances notamment pour ce qui a trait à l'influence de la stratification. Ainsi, on s'aperçoit qu'en absence de stratification ($dT_\infty/dz = 0$), w_0 reste constant et la diminution de θ_0 est inversement proportionnelle à z .

Les équations développées aux paragraphes précédents seront maintenant utilisées pour solutionner un cas typique pour un chauffe-eau réel. Dans cet exemple, $D = 0.46$ m, $B = 7.43 \times 10^6$ m³/s³ ($q = 3765$ W pour une longueur de l'élément chauffant de 0.4 m) et la demi-largeur de l'élément chauffant, δ_s , est de 1.25 cm et finalement, une valeur de $k_\mu = 0.34$ a été choisie.

Tel que mentionné auparavant, dans un chauffe-eau stratifié on retrouve trois zones thermiques: Une zone chaude, une zone de mélange et une thermocline entre les deux (figure 1.4a). La thermocline est une région avec un fort gradient de température. La zone de mélange se situe en bas de la thermocline et sa température est typiquement uniforme.

La figure 1.7 présente la distribution réelle de la température dans un chauffe-eau ($V_{tot}=226$ litres et $D=0.46$ m) stratifié obtenue à partir d'essais expérimentaux (l'élément n'est pas activé). Les températures de la zone chaude et de la zone de mélange sont respectivement 50 et 28°C. Tel que montré sur cette figure, la position de l'interface entre la zone de mélange et la thermocline est difficile à évaluer.

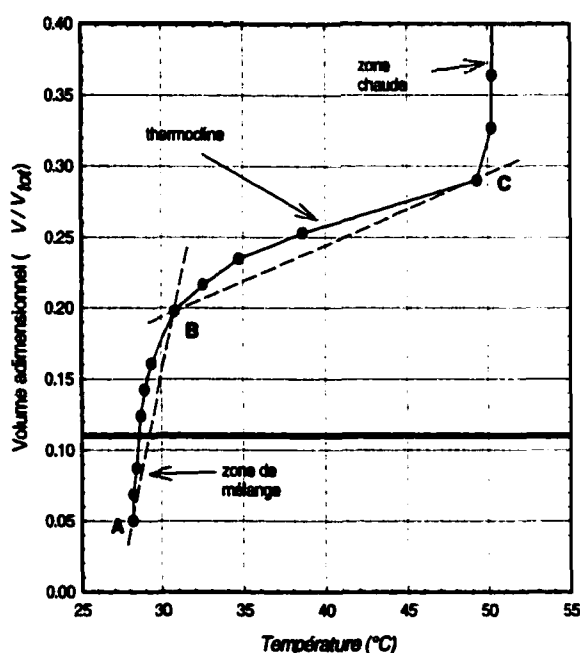


Figure 1.7: Distribution de température dans un chauffe-eau stratifié obtenue à partir de résultats expérimentaux (la ligne horizontale en gras donne la position de l'élément chauffant, $V/V_{tot}=10.54\%$)

Les équations présentées précédemment ont été développées pour un environnement linéairement stratifié alors que cette situation n'existe pas dans un vrai chauffe-eau. Tel que montré sur cette figure la stratification dans le chauffe-eau a été estimé par deux lignes droites, A-B et B-C. L'inverse de la pente de ces lignes A-B et B-C donne le

degré de stratification approximatif de la zone de mélange et la de la thermocline. Pour la ligne A-B, $dT/dz=15^{\circ}\text{C}/\text{m}$ et pour B-C, $dT/dz= 132^{\circ}\text{C}/\text{m}$. Ainsi le degré de la stratification dans la thermocline est presque 9 fois plus grande que la zone de mélange. Ceci nous indique que le panache va traverser rapidement la zone de mélange mais qu'il s'arrêtera en arrivant à la thermocline à cause du fort gradient de température qui règne à cet endroit.

Le modèle théorique présenté dans ce chapitre n'est pas capable de prédire les comportements du panache en fonction d'un degré de stratification variable. Alors, pour estimer une stratification linéaire équivalente à celle présentée à la figure 1.7, l'approche suivante a été utilisée fondée sur le fait que le panache ne peut pas traverser la zone chaude située à un volume adimensionnel de 0.29 (25.1 cm au-dessus de l'élément chauffant). Ainsi $z_{max}-z_s=0.251$ m et à l'aide des équations 1.27, 1.33 et 1.34 et sachant qu'à $z = z_s$, $\delta = \delta_s = 1.25$ cm, le degré de stratification équivalent peut être estimé comme étant $dT/dz= 25.72^{\circ}\text{C}/\text{m}$. Les valeurs de z_{max} et z_s sont à 32.6 cm et 7.5 cm, respectivement.

La figure 1.8 montre les résultats obtenus en utilisant ces valeurs dans le modèle de panache présentés ici. Les deux courbes présentées montrent, sous forme adimensionnelle et pour une hauteur adimensionnelle (z / z_{max}) de 0.5, les profils Gaussiens de la vitesse axiale et de l'excédent de température. On aperçoit qu'en se déplaçant à partir du centre vers les extrémités, l'excédent de température fait une chute

plus rapide que la vitesse axiale. Ceci s'explique par le fait que le nombre de Prandtl, Pr , est plus grand que un pour l'eau. Conséquemment, la couche limite de vitesse est plus épaisse que la couche limite thermique ($Pr > 1$, $\delta > \delta_t$).

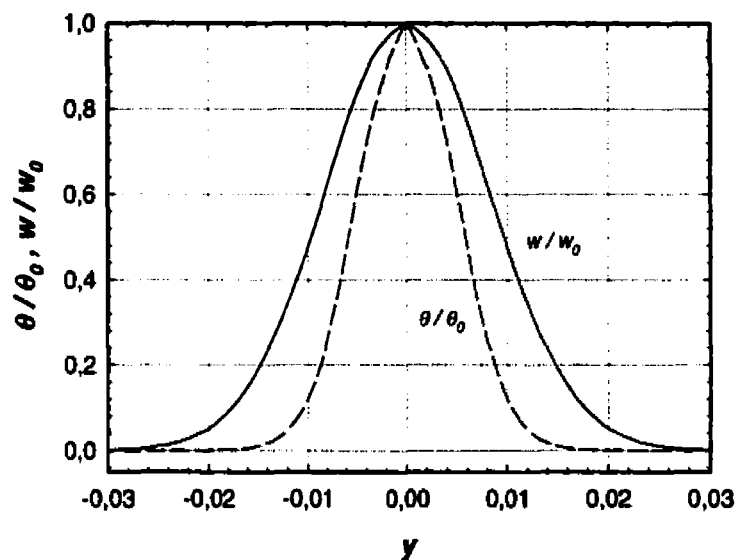


Figure 1.8: Profils de vitesse axiale et d'excédent de température pour une hauteur adimensionnelle de $z/z_{max}=0.5$ (équations 1.24 et 1.25)

La figure 1.9 montre la variation de la vitesse axiale et l'excédent de température au centre du panache en fonction de la hauteur adimensionnelle. En partant de la position de l'élément chauffant ($z/z_{max}=0.23$) on s'aperçoit que l'excédent de température diminue progressivement pour atteindre une valeur nulle à z_{min} ($z_{min}/z_{max}=0.707$). Pour $z > z_{min}$, le fluide continue de monter, à cause de son inertie, jusqu'à une certaine

hauteur où la vitesse axiale au centre du panache sera zéro ($z/z_{max} = 1$). Tel que montré sur la figure 1.9, l'excédent de température devient négatif entre z_{min} et $z/z_{max} = 1$ car, dans cette zone, la température au centre du panache devient inférieure à celle de l'eau avoisinante; Il en résulte une valeur négative de θ_0 .

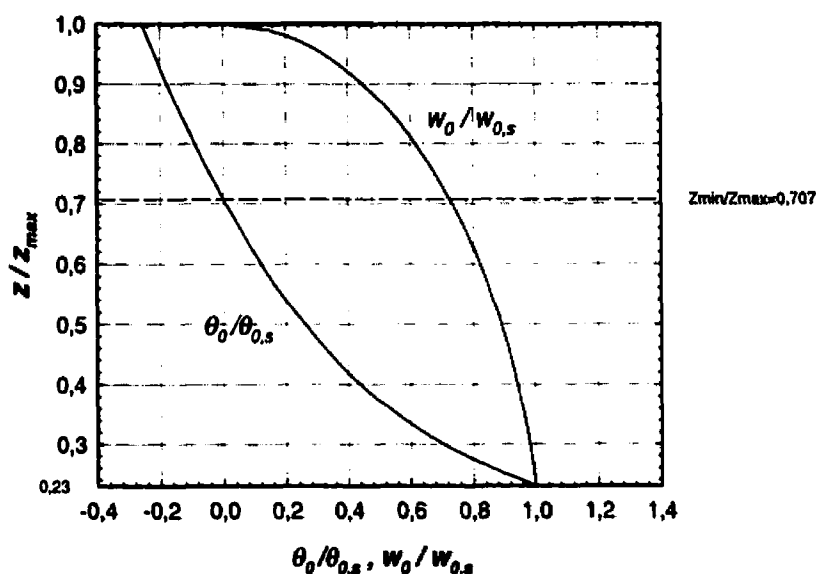


Figure 1.9: Variation de la vitesse axiale et l'excédent de température au centre du panache en fonction de la hauteur adimensionnelle (équations 1.30 et 1.33)

En partant de la hauteur de l'élément chauffant, on remarque que la vitesse axiale au centre du panache diminue en montant. Cela peut s'expliquer par le fait que dans ce cas l'environnement est linéairement stratifié et en montant l'eau avoisinante est plus chaude. Conséquemment, l'eau entraînée dans le panache est plus chaude ce qui diminue l'excédent de température ou la poussée d'Archimède.

La figure 1.10 montre la variation de l'épaisseur du panache en fonction de la hauteur. Tel que montré sur cette figure, le panache s'accroît en montant et, pour les conditions étudiées, ce dernier prend une valeur plus grande que 0.23 m avant d'atteindre sa hauteur maximale de 0.326 m. Donc dans ce cas-ci, puisque le rayon est de 0.23 m, le panache frappera les parois du chauffe-eau. Nous reviendrons sur ce dernier point lors de l'interprétation des résultats expérimentaux.

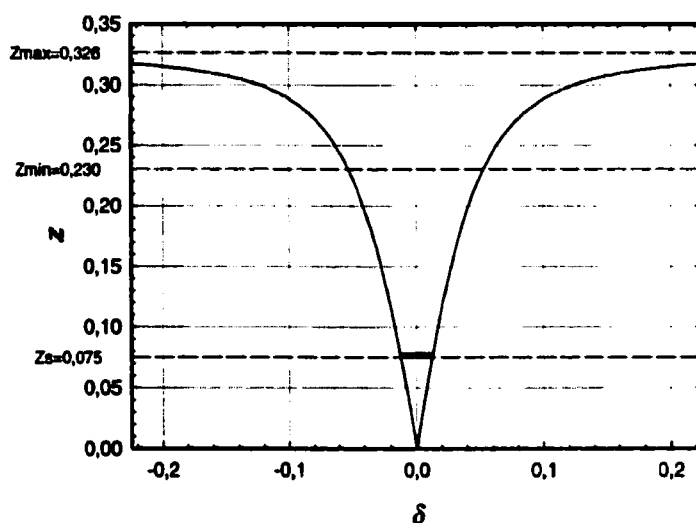


Figure 1.10: Épaisseur du panache en fonction de la hauteur ($\delta_r = 1.25\text{cm}$)

CHAPITRE 2

MODÉLISATION NUMÉRIQUE

2.1 Généralités

Ce travail fait suite aux efforts réalisés par Bernier et Bouthillier (1995) qui ont proposé un modèle unidimensionnel et transitoire pour simuler le comportement thermique d'un chauffe-eau électrique. L'objectif de ce modèle est de pouvoir prédire le plus fidèlement possible la température de l'eau à l'intérieur d'un chauffe-eau pour un profil de consommation donné. Deux éléments nouveaux sont rajoutés au modèle de ces derniers: La corrélation expérimentale donnant la hauteur de la zone de mélange et la prise en compte de la montée d'un panache. Dans le but de former un tout cohérent, le modèle numérique présenté par Bernier et Bouthillier (1995) est décrit brièvement dans ce chapitre.

Le modèle proposé divise le cylindre en deux régions distinctes (figure 2.1): Une région d'écoulement de type piston ("slug flow" en anglais) où la vitesse u est uniforme sur toute la surface d'écoulement, et une région de mélange à température uniforme près de l'entrée d'eau du chauffe-eau. Dans le modèle original de Bernier et Bouthillier (1995), la hauteur de la région de mélange est déterminée à partir des relations empiriques de Nakahara et al. (1989).

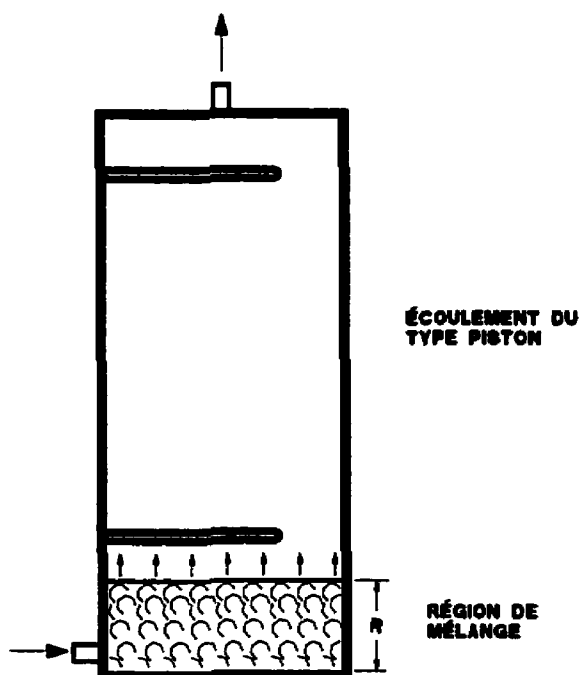


Figure 2.1: Représentation schématique de la zone de mélange et de la région d'écoulement de type piston

2.2 Hypothèses

Le chauffe-eau électrique présenté à la figure 0.1 est approximé par un cylindre de longueur L et de diamètre D . La forme bombée au sommet et au bas du réservoir est négligée mais le volume total d'eau est conservé. Le réservoir est placé dans un environnement à température constante, T_{amb} . Les phénomènes tridimensionnels se produisant dans le chauffe-eau sont approximés en combinant les résultats d'études empiriques sur la zone de mélange à l'entrée avec les résultats de simulations numériques unidimensionnelles sur la région de type piston.

Les hypothèses suivantes sont également considérées :

- Dans la région de type piston, le problème se réduit alors à un problème de convection diffusion classique. Cette région peut être subdivisée en une série de disques superposés dans lesquels la température de l'eau est uniforme. Ainsi, la température de l'eau ne varie que dans la direction axiale. Cette hypothèse est amplement justifiée compte tenu des travaux de Cole et Bellinger (1982).
- L'écoulement de l'eau est laminaire dans la région où l'écoulement est du type piston puisque le nombre de Reynolds est inférieur à 2000 ($Re_D = 1240$) même pour des débits anormalement élevés (18 L/min).
- La résistance thermique totale de la paroi du réservoir peut être représentée par un coefficient de film équivalent, h_{eq} qui tient compte de la conduction au travers de la paroi et des deux coefficients de convection à l'intérieur et l'extérieur h_1 et h_2 . Les calculs relatifs à ce coefficient équivalent sont donnés à l'annexe D.
- La température de l'eau est uniforme dans la zone de mélange. Cette température est obtenue en appliquant la première loi de thermodynamique sur un volume de contrôle entourant la zone de mélange.

- L'énergie fournie à un élément chauffant est répartie dans tous les disques situés au-dessus de cet élément qui n'ont pas atteint la température de consigne du thermostat. Cette hypothèse a été originalement proposée par Bernier et Bouthillier (1995) et tel que montré au chapitre suivant, elle est pleinement justifiée.

2.3 Équations gouvernantes et corrélations empiriques

2.3.1 Équations gouvernantes pour la région où l'écoulement est de type piston

La modélisation dans cette région du réservoir s'apparente à un problème de convection diffusion transitoire pour lequel le champ de vitesse est connu. Les pertes de chaleur par l'enveloppe et les sources de chaleur à l'intérieur du réservoir (éléments chauffants) sont incorporées dans le terme source de l'équation d'énergie. Compte tenu des hypothèses énoncées précédemment, les équations du mouvement et d'énergie sont données par:

$$u = cte. \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{h_{eq} P_{int}}{\rho c_p A} (T - T_{amb}) + \frac{\dot{q}}{\rho c_p} f \quad (2.2)$$

où ρ , c_p , α , T , t , ont leur signification habituelle, x et u sont respectivement la coordonnée selon l'axe longitudinal et la vitesse axiale (voir figure 2.2a), h_{eq} représente

la résistance thermique équivalente de la paroi, T_{amb} est la température ambiante, $P_{én}$ est le périmètre du cylindre (πD), et finalement A ($= \pi D^2/4$) est la surface d'écoulement. L'avant dernier terme de l'équation 2.2 représente les pertes de chaleur au travers de l'enveloppe du réservoir. Le dernier terme de cette même équation est un terme source où q''' est la puissance de l'élément chauffant par unité du volume. Ce volume n'est pas constant et dépend des conditions d'opération. Il est calculé en prenant la distance entre la position de l'élément chauffant et le niveau d'eau qui a atteint la température de consigne. Le facteur f prend une valeur unitaire si l'élément est activé et que la région n'a pas encore atteint le point de consigne. Pour tous les autres cas $f=0$.

2.3.2 Équations gouvernantes pour la région de mélange

Des corrélations empiriques semblables à celles de Nakahara et al. (1989) sont utilisées pour obtenir la hauteur et la température de la région de mélange au bas du réservoir. Ces équations ont été présentées au chapitre 1. Contrairement à Nakahara et al. (1989) qui ont utilisé la hauteur adimensionnel dans leur corrélation, c'est le volume adimensionnel qui sera employé dans la présente étude dans le but de tenir compte des parties bombées au bas et au sommet du réservoir. Ce volume, qu'on dénotera R comme dans l'étude de Nakahara et al. (1989) est défini par: $R = V_m / V_{tot}$, où V_m est le volume de la zone de mélange et V_{tot} est le volume total du réservoir.

Suivant l'analyse de Nakahara et al. (1989), le volume adimensionnel de la zone de mélange s'accroît linéairement en fonction du temps adimensionnel t^* . Ainsi:

$$R = R_0 + R_k t^* \quad (2.3)$$

où t^* est défini par

$$t^* = \int_0^t \frac{Q}{V_{tot}} dt \quad (2.4)$$

Dans cette relation Q est le débit volumétrique à l'entrée du réservoir et V_{tot} est le volume total du réservoir. La variable t^* représente en fait le pourcentage du volume d'eau retiré. Ainsi à $t^*=1.0$ l'équivalent d'un réservoir aura été vidé. Les paramètres R_0 et R_k sont obtenus expérimentalement. La valeur de R_0 représente le volume adimensionnel initial de la région de mélange. Cette valeur est un volume de mélange hypothétique puisqu'au début de la formation de la zone de mélange on assiste à la formation d'une petite région stratifiée. Dans la présente étude la valeur de R_0 est déterminée par:

$$R_0 = m Ri^{-n} \quad (2.5)$$

où le nombre de Richardson, Ri , est donné par:

$$Ri = \frac{d_0 g (\Delta \rho / \rho_0)}{u_0^2} \quad (2.6)$$

Ce nombre adimensionnel donne le rapport entre les forces d'Archimède et les forces d'inertie évaluées à l'entrée d'eau. Les paramètres m et n sont déterminés expérimentalement. Finalement, d_0 représente le diamètre du tuyau d'entrée, g est l'accélération gravitationnelle, $\Delta \rho$ est la différence de masse volumique entre l'eau qui entre et l'eau contenue dans le réservoir, ρ_0 est une masse volumique de référence, et u_0 est la vitesse de l'eau à son entrée dans le chauffe-eau.

En connaissant le volume de la région de mélange à chaque pas de temps (équation 2.3), il est possible de trouver la température de cette région en appliquant la première loi de thermodynamique. Selon Nakahara et al. (1989), en négligeant les pertes (ou gains) au travers les parois (équation 1.4), cette dernière peut s'écrire:

$$T_{t+\Delta t} = T_{ent} + (T_t - T_{ent}) e^{-\left(\frac{Q}{VR}\right) \Delta t} \quad (2.7)$$

où $T_{t+\Delta t}$ et T_t représentent, respectivement, la température de l'eau dans la région de mélange aux temps $t+\Delta t$ et t , et T_{ent} est la température de l'eau d'entrée.

Nakahara et al. (1989) ont proposé une valeur de 0.4 pour le coefficient R_k et une relation empirique pour R_0 en fonction du nombre de Richardson à l'entrée. La méthode utilisée pour obtenir ces deux derniers n'est pas expliquée dans leur publication. Ici on suppose une équation semblable à l'équation 2.7 pour estimer la température dans la région de mélange :

$$T_{mix} = T_{ent} + (T_{init} - T_{ent})e^{-\left(\frac{\rho}{VR}\right)}, \quad (2.8)$$

où, T_{mix} présente la température de la zone de mélange et T_{init} est la température initiale de l'eau stockée dans le réservoir. L'équation 2.8 nous permet de déterminer l'évolution du volume de cette région à partir des mesures expérimentales de la température de la zone de mélange en fonction du temps (la méthode utilisée sera présentée au chapitre 4). Les équations 2.3 à 2.6 et l'équation 2.8 constituent les équations gouvernantes de la zone de mélange. Les conditions de frontières sont présentées dans la prochaine section pour compléter la formulation mathématique.

2.4 Conditions de frontières

En fonctionnement normal, un chauffe-eau opère sous une gamme de débits et de températures à l'entrée qui peuvent varier dans le temps. Ces deux paramètres doivent être traités rigoureusement car ceux-ci ont une grande influence sur le volume R et, par conséquent, sur la région où l'écoulement est de type piston.

2.4.1 Conditions initiales

Les conditions initiales de température ne posent pas de problème car le modèle proposé peut assigner n'importe quelle température dans la région de mélange et pour chaque disque dans la région où l'écoulement est de type piston.

2.4.2 Conditions de frontières pour un chauffe-eau avec débit

Lorsqu'il y a un débit assez élevé et que le nombre de Richardson devient inférieur à 1, une zone de mélange est créée. Pour solutionner les équations gouvernantes, il est nécessaire de connaître deux conditions de frontières, soit le débit d'eau et la température à l'entrée. De plus, les coefficients m et n (équation 2.5) doivent être connus. Ces conditions varient dans le temps et sont données par:

$$\begin{aligned}
 T &= T_{mix} & 0 \leq x \leq (RV_{tot} / A) \\
 dT / dx &= 0 & x = L \\
 u &= Q / A & 0 \leq x \leq L
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

où RV_{tot}/A est l'épaisseur de la région de mélange.

Lorsque le débit d'entrée est faible, $Ri \geq 1$, et le mixage à l'entrée du réservoir est presque inexistant. Ainsi, pour ces conditions, $R \approx 0$ et les conditions de frontière sont:

$$\begin{aligned} T &= T_{ent} & x &= 0 \\ dT/dx &= 0 & x &= L \\ u &= Q/A & 0 \leq x &\leq L \end{aligned} \tag{2.10}$$

Étant donné que le modèle proposé est unidimensionnel dans la direction axiale, les conditions de frontières qui prévalent (pertes de chaleur au travers de l'enveloppe dans un environnement à T_{amb}) sur la circonférence du réservoir ne peuvent être incluses directement. Comme il a été mentionné précédemment, ces pertes de chaleur sont incluses dans le terme source dans la région où l'écoulement est du type piston. Pour la région de mélange ces derniers ont été négligés par rapport au fort transfert de chaleur convectif turbulent due au mixage dans cette région.

2.5 Méthodologie numérique

Pour la région où l'écoulement est de type de piston, l'équation d'énergie (2.2) est discrétisée selon la méthode des volumes finis de Patankar (1980). Cette région est divisée en un certain nombre de volumes de contrôle d'épaisseurs égales. Chaque volume de contrôle représente un nœud du domaine de calcul et des équations

discrétisées sont déterminées pour chacun de ces nœuds. La figure 2.2a présente schématiquement le réservoir et la figure 2.2b montre les nœuds et les volumes de contrôle correspondants.

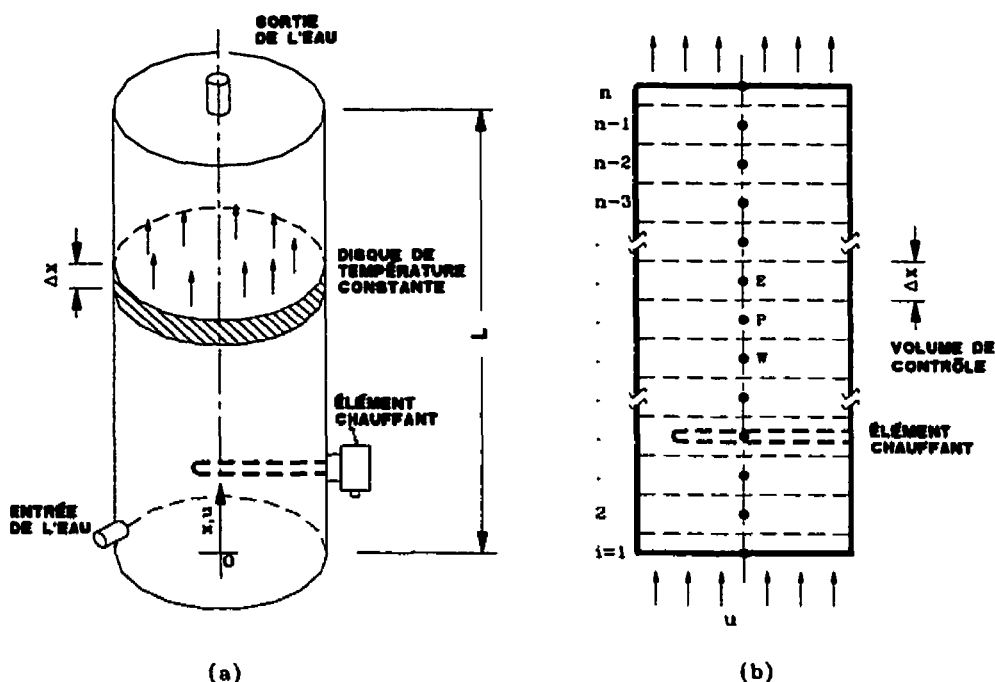


Figure 2.2: a) Représentation schématique d'un écoulement du type piston
b) Maillage utilisé: Le réservoir est divisé en volumes de contrôle d'épaisseurs égales

2.5.1 Équations discrétisées

À titre d'exemple, l'équation 2.2 est discrétisée pour le nœud P située entre les deux nœuds W et E . Un schéma implicite a été utilisé pour intégrer l'équation 2.2 dans le temps ce qui signifie que la température obtenue à la fin du pas de temps s'applique sur

tout le pas de temps. Il en résulte une série d'équations algébriques ayant la forme suivante :

$$a_p T_p = a_E T_E + a_w T_w + b \quad (2.11)$$

où T_p représente la température du nœud à solutionner, et T_w et T_E représentent les températures voisines du point P . Le schéma d'interpolation du type hybride est utilisé pour déterminer les coefficients a_E et a_w . Les coefficients de l'équation 2.11 sont donc donnés par:

$$a_E = D_e \left\| 0,1 - 0,5|P_e| \right\| + \left\| -F_e, 0 \right\| \quad (2.12)$$

$$a_w = D_w \left\| 0,1 - 0,5|P_w| \right\| + \left\| F_w, 0 \right\| \quad (2.13)$$

$$b = S_c \Delta x + a_p^0 T_p^0 \quad (2.14)$$

$$a_p^0 = \rho c_p \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.15)$$

$$D_e = D_w = \frac{k}{\Delta x} \quad (2.16)$$

$$F_e = F_w = \rho u \quad (2.17)$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \text{ et } P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad (2.18)$$

Dans ces équations la fonction $\|A, B\|$ représente le maximum de A ou B , T_p^o est la température au point P au temps précédent, Δx est l'espacement entre chacun des points du maillage et Δt est le pas de temps.

Finalement, a_p est donnée par:

$$a_p = a_E + a_W + a_p^0 - S_p \Delta x \quad (2.19)$$

Les pertes de chaleur au travers de l'enveloppe et la puissance fournie par les éléments chauffants à l'intérieur du réservoir (les deux derniers termes de l'équation 2.2) sont incorporées aux termes sources S_e et S_p de la façon suivante.

$$S_p = -\frac{h_{eq} P_{éri}}{A} \quad (2.20)$$

$$S_e = \frac{h_{eq} P_{éri} T_{amb}}{A} + q'' f \quad (2.21)$$

2.5.2 Méthode de solution

Les équations discrétisées sont déterminées à l'aide de la technique énoncée à la section 2.5.1 pour chacun des nœuds et pour chaque pas de temps. Il en résulte un système d'équations algébriques qui forment un système matriciel tridiagonal. Ce système est résolu à l'aide de l'algorithme de Thomas (TDMA). Comme le modèle est unidimensionnel, les équations algébriques sont solutionnées par un seul balayage et sans itération. Le système matriciel est résolu pour tous les points (de $x = 0$ à $x = L$), peu importe les conditions d'écoulement dans le chauffe-eau même si le calcul des températures n'est pas requis dans la zone de mélange. Ceci implique que les coefficients a_E , a_W , S_c , S_p , a_p^0 et a_p sont ajustés artificiellement dans la zone de mélange de manière à ce que la température calculée lors de la résolution du système matriciel corresponde à la température calculée à l'aide des équations empiriques (2.3 à 2.6 et 2.8) de la zone de mélange. Les équations à solutionner ont été codées en FORTRAN.

2.5.3 Indépendance du maillage

Tel que montré sur la figure 2.2b, un maillage équidistant est utilisé pour tout le domaine de calcul avec des demis volumes de contrôle aux deux extrémités. La distance entre 2 nœuds, Δx , est fixée au début de la simulation et cette valeur reste inchangée tout au long de la simulation.

Dans le but de s'assurer que la solution est indépendante du maillage, un cas typique de simulation a été examiné pour un débit fixe de 6.0 l/min. Un chauffe-eau standard de 175 litres mesurant 1.08m de haut et ayant un diamètre de 0.46m a été utilisé. Pour h_{eq} , une valeur de 1.1 W/m²/°C a été choisie, ce qui correspond à un chauffe-eau recouvert de 5 cm d'isolant. Le chauffe-eau est initialement rempli d'eau chaude à $T_{init} = 60^{\circ}\text{C}$ et les températures d'entrée et ambiante ont été fixées à 5°C et 25°C, respectivement.

Dans le but d'examiner uniquement l'indépendance du maillage, la zone de mélange n'a pas été considérée. Le problème est réduit à un problème de convection-diffusion classique où l'eau entre au bas du réservoir à une vitesse constante et uniforme.

La figure 2.3 présente les résultats de l'étude d'indépendance du maillage pour les conditions mentionnés. On y montre l'évolution temporelle de la température de sortie ($x = L$) pour différents maillages. Les essais successifs avec des maillages de plus en plus fins indiquent que la solution devient indépendante du maillage pour un nombre de nœuds voisin de 2001 points. Donc, 2001 nœuds ont été utilisés dans la présente étude.

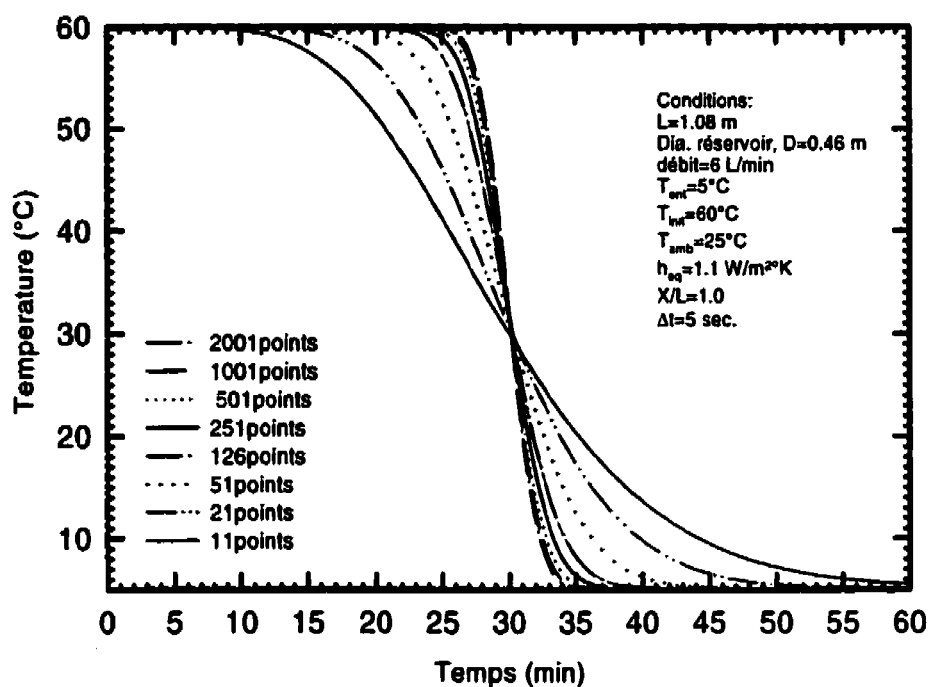


Figure 2.3: Essai d'indépendance du maillage montrant l'évolution temporelle de la température de sortie

2.5.4 Validation du modèle numérique

La portion convection-diffusion du modèle numérique a été validé à l'aide d'une solution analytique proposée par Cabelli (1977). Ce dernier a étudié le transfert thermique transitoire dans un cylindre semi-infini pour un écoulement uniforme, une température constante à l'entrée et un coefficient de film le long de la circonférence (figure 2.4).

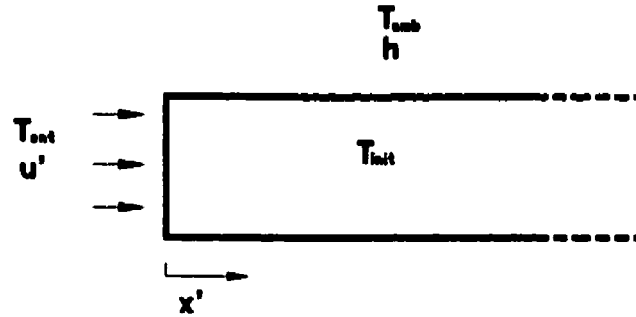


Figure 2.4: Représentation schématique du problème étudié par Cabelli (1977)

La température axiale transitoire, $T(t,x)$, est donnée par:

$$\frac{T(t,x) - T_{init}}{T_{ent} - T_{init}} = \frac{1}{2} e^{ux/2} \left[e^{-px/2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{t}} - \frac{p\sqrt{t}}{2} \right) + e^{px/2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{t}} + \frac{p\sqrt{t}}{2} \right) \right] \quad (2.22)$$

où $p = \sqrt{(u^2 + 4H)}$, $u = u't^*/d$, $x = x'/d$, $t = t'/t^*$, $t^* = d^2/\alpha$, $H = 4hL/k$. Les termes x' , u' et t' , représentent les valeurs réelles de la position, de la vitesse et du temps. Les termes x , u , t expriment, respectivement, les valeurs adimensionnelles de la position, de la vitesse et du temps. Il est à noter que cette équation est valide uniquement pour le cas où la température initiale est égale à la température ambiante.

La comparaison a été effectuée pour les conditions suivantes: $L = 1$ m, $D = 0.46$ m, $h_{eq} = 25$ W/m²/°C, $T_{init} = 25$ °C, $T_{ent} = 10$ °C, $T_{amb} = 25$ °C et une vitesse d'écoulement de l'eau de $u' = 6 \times 10^{-4}$ m/s (correspondant à un débit volumétrique d'environ 6.0 L/min).

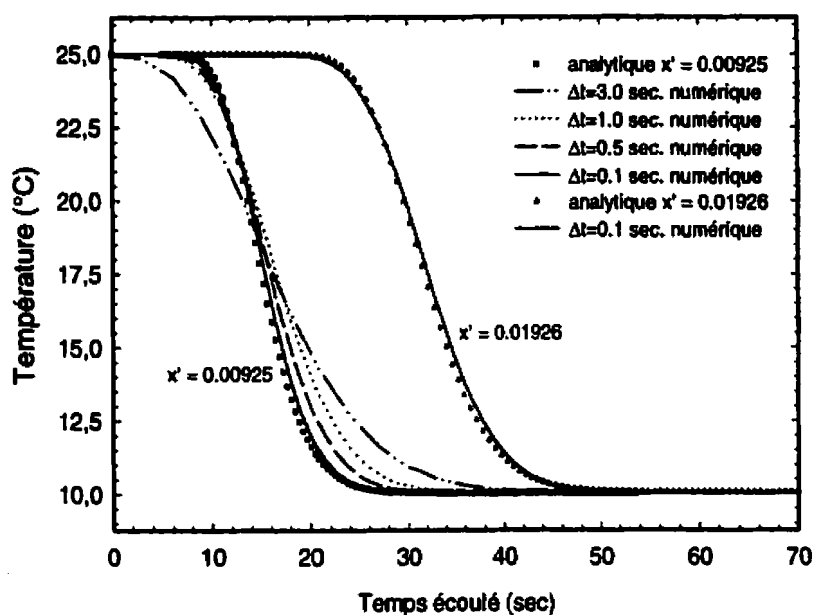


Figure 2.5 : Comparaison entre les résultats numériques et la solution analytique de Cabelli (1977)

La figure 2.5 montre une comparaison entre les résultats obtenus avec le modèle proposé et la solution analytique de Cabelli (1977) pour deux positions ($x' = 0.00925$ m et 0.01926 m) au voisinage de l'entrée. Un maillage de 2001 nœuds a été utilisé. Tel que montré sur cette figure, les résultats numériques se comparent favorablement à la solution analytique lorsque le pas de temps est de 0.1 sec.

Suite à cette analyse d'indépendance du maillage, le nombre de nœuds a été fixé à 2001 et le pas de temps à 0.1 s.

CHAPITRE 3

MONTAGE EXPÉRIMENTAL

Ce chapitre décrit le montage expérimental qui a été conçu et construit pour la présente étude. Il comprend un réservoir cylindrique transparent et une série d'équipements connexes. Les méthodes de mesure de la température, du débit et de la puissance électrique ainsi que les procédures expérimentales sont présentées dans les sections suivantes.

3.1 Présentation du montage

3.1.1 Généralités

La figure 3.1 présente schématiquement les principales composantes du montage expérimental. Le réservoir cylindrique servant de chauffe-eau est transparent permettant ainsi de réaliser des études de visualisation. Il est équipé de deux éléments chauffants électriques. L'eau de l'aqueduc est utilisée et elle est alimentée à un bac dont le niveau hydrostatique est constant. Cet arrangement permet d'alimenter un débit d'eau stable au réservoir cylindrique. Une tuyauterie en cuivre est utilisée pour le circuit d'alimentation d'eau sauf à l'entrée et à la sortie du chauffe-eau transparent où des tubes flexibles sont employés. Toute la tuyauterie est isolée à l'aide de 1 cm de mousse isolante Armaflex (commercialisée par Armstrong, $k \approx 0.04 \text{ W/m}^\circ\text{C}$). Une vanne située au point le plus bas

du circuit permet de vidanger complètement le circuit et le chauffe-eau. Des débitmètres à turbine sont installés pour mesurer le débit à l'entrée du chauffe-eau. La mesure de la température de l'eau à l'intérieur du chauffe-eau se fait à l'aide de thermocouples installés sur une tige au centre du réservoir. La température de l'eau à l'entrée et la sortie du réservoir ainsi que la température ambiante sont aussi mesurées. Finalement, un système de mesure du courant et de la tension électrique permet de quantifier la puissance fournie aux éléments chauffants.

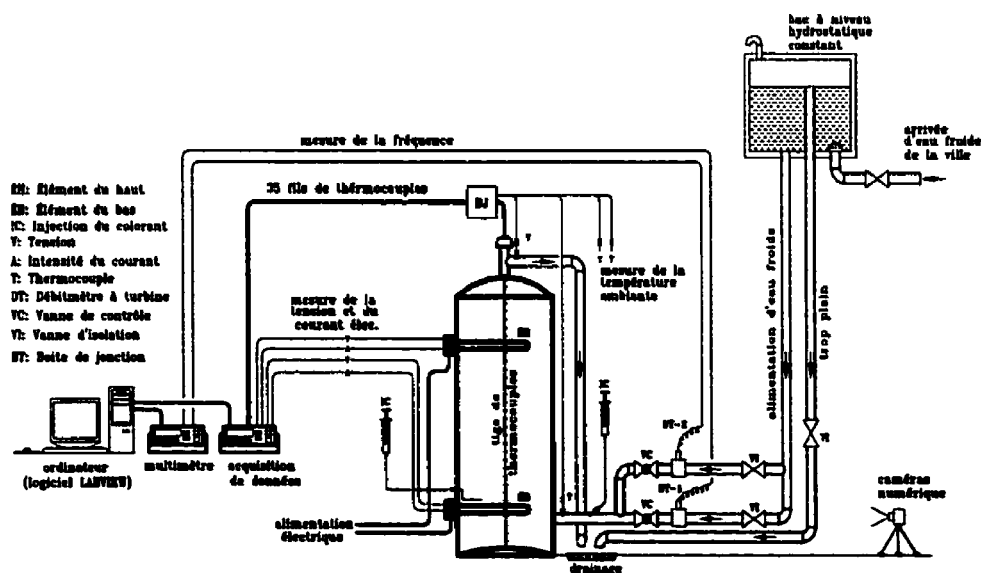


Figure 3.1: Présentation schématique du montage utilisé dans cette étude

Tel que montré sur la figure 3.1, les mesures de température, de tension et d'intensité de courant sont acheminées à un système d'acquisition de données (HP-34970A) alors que la fréquence générée par les débitmètres est acheminée à un multimètre (HP-34401A). Le système d'acquisition de données et le multimètre sont reliés en parallèle, à l'aide de câbles GPIB, à un ordinateur personnel. Un programme d'acquisition de données, construit à l'aide du logiciel LABVIEW (version 5), est utilisé pour le contrôle du système de mesure et l'enregistrement des données.

Deux systèmes distincts d'injection de colorant fluorescent sont utilisés, de concert avec une caméra numérique, pour les études de visualisation. Le premier système sert à examiner la zone de mélange au bas du réservoir alors que le second permet l'étude de la montée du panache au-dessus de l'élément chauffant du bas.

Les différentes composantes du montage sont décrites en détail dans les sections qui suivent.

3.1.2 Chauffe-eau transparent

Le chauffe-eau transparent est l'élément clé du montage expérimental. Celui-ci a été prêté gracieusement au professeur Bernier par Ontario-Hydro et est présenté schématiquement à la figure 3.2. Son volume est de 227 L (60 gal) et il est fabriqué en

trois sections principales: Un cylindre de Plexiglas mesurant 1.37 m (54 pouces) de longueur; 0.46 m (18 pouces) de diamètre intérieur; et 2.5 cm (1 pouce) d'épaisseur. Chacune des extrémités du cylindre est reliée à des brides en Plexiglas qui sont de forme bombée comme dans un chauffe-eau du commerce.

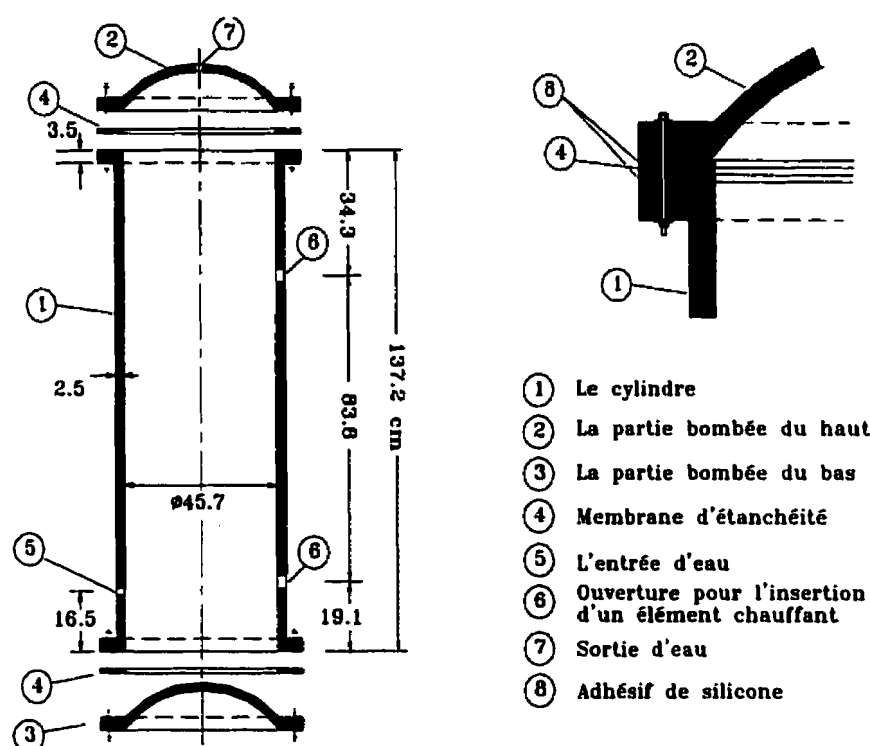


Figure 3.2: Chauffe-eau transparent (les dimensions sont en centimètres)

Tel que montré à la figure 3.2, l'assemblage entre les parties bombées et le cylindre se fait par l'intermédiaire de brides contenant 23 boulons de serrage. L'étanchéité du chauffe-eau est assurée par une membrane plastique enduite d'une mince couche de silicone des deux côtés. Afin de distribuer la contrainte uniformément dans les brides, tous les boulons ont été serrés à l'aide d'un couple mètre qui permet d'ajuster le couple

sur chacun (15 livre-pied). La figure 3.3 présente une photo du réservoir transparent utilisé.



Figure3.3: Photo du chauffe-eau transparent

Pour réaliser des études de visualisation, le chauffe-eau n'a pas été isolé. L'annexe *D* présente la méthode utilisée pour déterminer expérimentalement la valeur du coefficient de film équivalent de la paroi. La valeur de ce coefficient est de $= 7.2 \text{ W/m}^2/^{\circ}\text{C}$.

3.1.3 Débitmètres

Deux débitmètres à turbine placés en parallèle sont utilisés pour mesurer le débit. Les débitmètres à turbine sont constitués de deux pièces principales soit le rotor et le capteur magnétique. Le fluide passant dans le débitmètre entraîne la rotation du rotor ce qui génère une pulsation électrique lorsque les pales du rotor passent dans le champ magnétique du capteur. La fréquence ainsi générée est proportionnelle au débit qui passe au travers du débitmètre. Les deux débitmètres couvrent deux plages différentes, soit de 2.83 à 28.34 L/min (0.75 à 7.50 gpm) et de 0.95 à 9.46 L/min (0.25 à 2.50 gpm). Ces débitmètres ont été étalonnés et la constante d'étalonnage a été déterminée séparément pour chacun d'eux. Les résultats de l'étalonnage, présentés à l'annexe A, montrent que les constantes d'étalonnages sont, respectivement, de 1.863×10^{-02} L/min/Hz et 7.499×10^{-03} L/min/Hz. L'incertitude relative sur la mesure du débit a été établie à $\pm 3.0\%$ (pour une plage de débit de 4.70 à 15.92 L/min) et $\pm 2.5\%$ (pour une plage de débit de 1.49 à 5.25 L/min). Finalement, le signal de fréquence généré au niveau du débitmètre est converti, en temps réel, à l'aide du logiciel LABVIEW.

3.1.4 Éléments chauffants

Deux éléments chauffants de la compagnie Giant ayant une puissance nominale de 4 kW chacun sont utilisés pour chauffer l'eau. Ces éléments, dont la longueur est de 40 cm, sont placés horizontalement à l'intérieur du réservoir. L'un de ces éléments est situé à

19.1 cm (7.5 pouces) du bas du cylindre et l'autre est situé dans le haut du réservoir à 34.3 cm (13.5 pouces) du sommet (voir la figure 3.2). Ces éléments électriques fonctionnent à 240 V monophasés, 60 Hz. Le circuit électrique est monté de telle façon que les éléments peuvent fonctionner individuellement ou ensemble. Les lignes d'alimentation électrique ont été séparées pour chacun de ces éléments et des fusibles de 20 A ont été installés sur chaque ligne pour assurer la sécurité. De plus, chaque élément est mis à la terre séparément.

3.1.5 Bac à niveau constant

La stabilité du débit à l'entrée du chauffe-eau est très importante. Dans la présente étude, un bac à niveau constant de 60 litres est utilisé pour maintenir une colonne d'eau constante et ainsi obtenir un débit constant. Les parois du bac sont construites en cuivre et les surfaces en contact avec l'eau sont recouvertes de trois couches de peinture époxy. Les dimensions du réservoir sont: 30 cm de largeur par 36 cm de haut et 56 cm de profond. Les parois du réservoir sont isolées à l'aide de polystyrène expansé d'une épaisseur de 5 cm.

Tel qu'indiqué sur la figure 3.1, le bac possède trois ouvertures situées dans le fond de celui-ci. Une des ouvertures provient de l'aqueduc et elle est munie d'un entonnoir qui permet de diminuer la vitesse du fluide qui entre pour ne pas trop perturber le niveau d'eau du réservoir. La sortie d'eau est reliée au circuit d'alimentation du chauffe-eau.

Cette eau descend par gravité. Finalement, la troisième sortie correspond au trop plein qui assure le niveau hydrostatique constant de l'eau du bac.

3.2 Mesures de températures

Un total de trente-cinq thermocouples de type " T " (cuivre-constantan) ont été utilisés. Trente-et-un de ces thermocouples ont été fabriqués manuellement avec du fil de thermocouple commercial (Omega, T-TT-30 SLE). Les quatre autres sont des thermocouples gainés (Omega, TQSS-18G-6). Les trente-cinq thermocouples sont d'abord reliés à une boîte de connexion (40 voies) fixée sur le mur, puis par l'intermédiaire de fils à thermocouples de gros calibre (Omega, EXPP-T-20), le signal est acheminé au système d'acquisition de données (HP-34970A). Même si le système d'acquisition de données possède une compensation interne des circuits électriques (hardware compensation), l'incertitude sur une lecture de température est de ± 1.0 °C selon les spécifications du fabricant. Cette valeur est relativement élevée et c'est pourquoi un étalonnage a été entrepris.

Les thermocouples ont été étalonnés en utilisant comme référence une sonde au platine (Guildeline, 9540). Un lissage de courbe a été effectué à partir des réponses (en °C) fournis par le système d'acquisition de données et des valeurs (en °C) données par la sonde au platine. La procédure utilisée et les résultats de l'étalonnage se trouvent à l'annexe B. Tel que discuté dans cette annexe, l'incertitude sur les mesures de

température a été établie à ± 0.15 °C. Un polynôme d'ordre 5, unique à chaque thermocouple, sert à corriger la température lue par le système d'acquisition à température réelle mesurée. Cette dernière opération s'effectue en temps réel dans LABVIEW.

L'ordre de grandeur de la constante de temps des thermocouples a été évaluée selon des données fournies par le manufacturier (Omega, 1992). Ce dernier prétend qu'un thermocouple de 0.254 mm (0.01 pouces) de diamètre a une constante de temps de 0.40s lorsque le thermocouple subit un changement instantané de 55.5°C (100°F). Dans la présente étude, les mesures de températures ont été réalisées avec un pas de temps de 10 secondes et l'ordre de grandeur de l'augmentation de la température pendant cette période est inférieure à 1.0°C. Donc, le temps de réponse des thermocouples utilisés est adéquat.

Les trente-et-un thermocouples ont été installés sur une tige d'acrylique (1/4 pouce de diamètre) avec une conductivité thermique relativement faible de 0.07 W/m°C par rapport à l'eau (0.6 W/m°C). Cela permet d'éviter que la tige agisse comme un pont thermique. La figure 3.4 présente schématiquement l'installation de ces thermocouples à l'intérieur du réservoir et la figure 3.5 présente une photo de la tige des thermocouples traversant le centre d'un élément chauffant. Les thermocouples ont été fixés sur la tige à l'aide de colliers autobloquants (tie-wrap). L'ensemble est inséré au centre du chauffe-eau en traversant les éléments chauffants tel que montré à la figure 3.4.

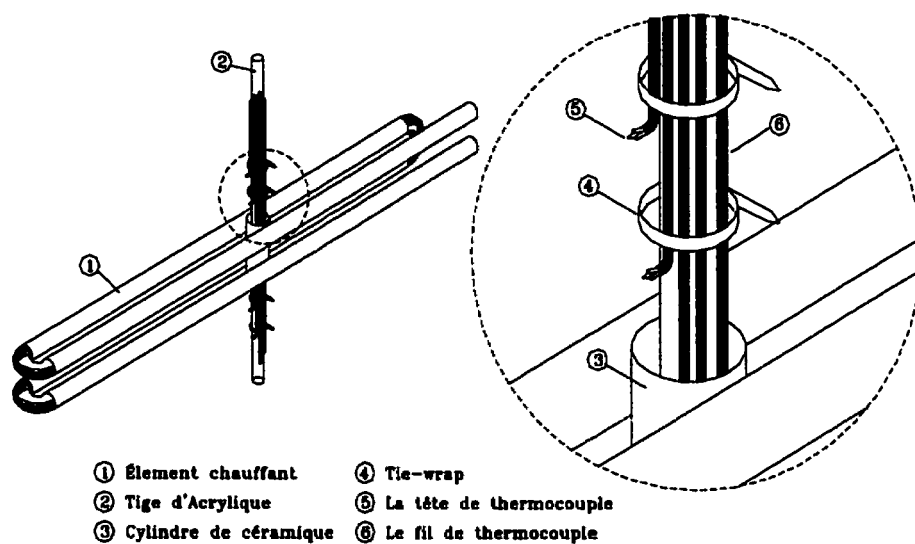


Figure 3.4: Installation des thermocouples



Figure 3.5: Photo d'installation des thermocouples

Deux petits cylindres de céramique (5 cm de haut et 1.87 cm de diamètre) ont été utilisés au voisinage des éléments chauffants pour protéger thermiquement la tige d'acrylique.

La position et la numérotation des thermocouples sont présentées à la figure 3.6. Tel que montré sur cette figure, la densité de thermocouples placés au bas du réservoir est plus importante qu'ailleurs dans le chauffe-eau. Ceci permet d'obtenir des mesures plus fines dans la zone de mélange et dans le panache thermique produit par l'élément chauffant.

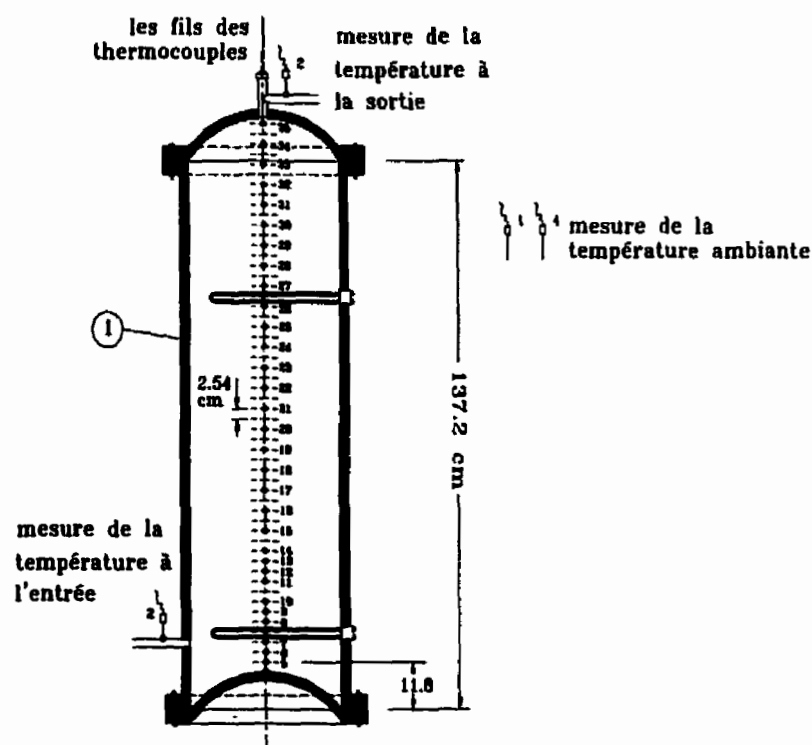


Figure 3.6: Numérotation et position des thermocouples

Le tableau 3.1 présente la position des thermocouples dans le réservoir selon deux méthodes. Dans la deuxième colonne, la position réelle (par rapport au bas du chauffe-eau) est donnée. Dans la quatrième colonne, la position de chaque thermocouple est donnée à l'aide d'un volume adimensionnel. Ce dernier est défini par le rapport entre le volume d'eau situé en dessous du thermocouple et le volume total du réservoir, soit 225.96 L. L'utilisation d'un volume adimensionnel (plutôt qu'une hauteur adimensionnelle) permet une meilleure représentation des parties bombées au haut et au bas du chauffe-eau.

Tableau 3.1: Position des thermocouples installés au centre du chauffe-eau

T/C n°:	la position mesurée du bas de cylindre (cm)	la position mesurée de la partie bombée du bas (cm)	volume adimensionnel	T/C n°:	la position mesurée du bas de cylindre (cm)	la position mesurée de la partie bombée du bas (cm)	volume adimensionnel
5	11,8	2,54	5,01%	21	75,3	66,04	51,15%
6	14,34	5,08	8,86%	22	80,38	71,12	54,84%
7	16,88	7,62	8,70%	23	85,46	76,2	58,53%
8	21,96	12,7	12,39%	24	90,54	81,28	62,22%
9	24,5	15,24	14,24%	25	95,62	86,36	65,91%
10	27,04	17,78	16,08%	26	100,7	91,44	69,60%
11	32,12	22,86	19,77%	27	105,78	96,52	73,29%
12	34,66	25,4	21,62%	28	110,86	101,6	76,98%
13	37,2	27,94	23,46%	29	115,94	106,68	80,67%
14	39,74	30,48	25,31%	30	121,02	111,76	84,36%
15	44,82	35,56	29,00%	31	126,1	116,84	88,05%
16	49,9	40,64	32,69%	32	131,18	121,92	91,75%
17	54,98	45,72	36,38%	33	136,26	127	95,44%
18	60,06	50,8	40,07%	34	141,34	132,08	98,57%
19	65,14	55,88	43,76%	35	146,42	137,16	99,96%
20	70,22	60,96	47,45%				

Les quatre autres thermocouples sont répartis de la façon suivante (figure 3.6): Un thermocouple dans la tuyauterie d'entrée d'eau et un autre à la sortie. Les deux autres thermocouples ont été utilisés pour la mesure de la température ambiante (une valeur moyenne est utilisée).

3.3 Mesure de la puissance électrique

Le schéma d'alimentation et des mesures électriques est présenté à la figure 3.7. Tel que montré sur cette figure, la mesure de puissance électrique se fait en mesurant directement la tension et indirectement l'intensité du courant.

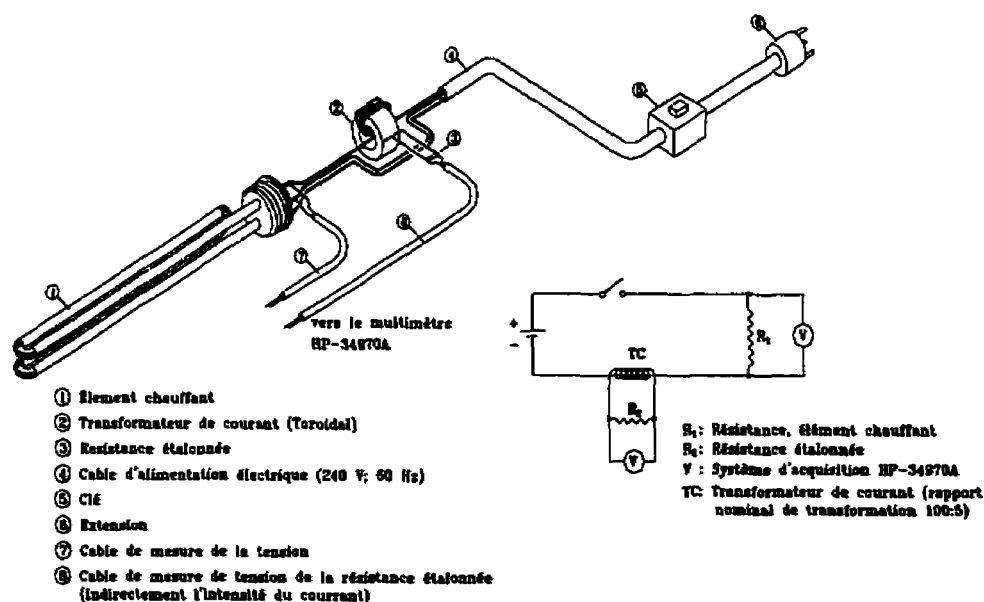


Figure 3.7: Mesure de la puissance électrique de l'élément chauffant

Le système d'acquisition de données (HP-34970A) est capable de mesurer une tension électrique maximale de 300 V et une intensité de courant de 3 A. L'alimentation électrique est de 240 V (nominale) et sachant que la capacité nominale de l'élément est de 4000 W, un simple calcul démontre que le courant est d'environ 17 A. Ainsi, l'intensité du courant ne peut pas être mesurée directement avec ce système. Pour surmonter cette difficulté, un transformateur de courant est utilisé. Ce dernier possède un rapport de transformation nominale de 100/5 (le rapport entre le courant dans le fil traversant au centre du toroïdal et le courant induit dans le circuit). La distance entre l'élément chauffant et le système d'acquisition de données est de l'ordre de 4 à 5 m. Généralement les transformateurs de courant sont utilisés pour des mesures à faible distance. Conséquemment, pour éviter des erreurs supplémentaires causées par la résistance des fils intermédiaires, une résistance étalonnée (R_2 sur la figure 3.7) de 0.1Ω (nominale) est utilisée. Cette dernière est placée de façon à former un circuit fermé avec le transformateur de courant.

Pour augmenter le courant induit, et ainsi la précision, quatre tours de fils ont été faits autour du transformateur, amenant le rapport de transformation de 100/5 à 25/5. Ainsi pour un courant de 15 A dans le circuit primaire, 3 A circule dans le circuit secondaire.

En mesurant la différence de potentiel aux bornes de cette résistance, V_2 , il est possible de mesurer indirectement le courant induit dans le circuit secondaire, I_2 ($I_2 = V_2 / R_2$).

Finalement, en appliquant le rapport de transformation (25/5), le courant du circuit primaire (élément chauffant), I_1 est obtenu. En résumé, $I_1 = 5 \times I_2 = 50V_2$, où I_1 est le courant dans l'élément chauffant.

Le système de mesure du courant a été étalonné à l'aide d'un analyseur universel de puissance de la compagnie Voltech (modèle PM3000A) appartenant au professeur Guy Olivier du département de génie électrique. La procédure ainsi que les résultats de l'étalonnage sont présentés à l'annexe C. Ces résultats montrent que des facteurs de corrections doivent être appliqués au courant I_1 mesuré à partir du circuit secondaire. La valeur de ce facteur multiplicatif est de 0.971 et de 0.976 pour les éléments du bas et du haut, respectivement. Ces facteurs de corrections sont appliqués directement dans le logiciel LABVIEW. Finalement, l'annexe C montre, avec calculs à l'appui, que l'incertitude sur la mesure de la puissance est de $\pm 0.30\%$.

3.4 Acquisition de données

Le système d'acquisition de données est composé des éléments suivants (figure 3.1):

- i) Un boîtier d'acquisition (HP-34970A) équipé de deux modules (cartes) multiplexeurs (HP-34901A) pouvant accueillir chacune 20 canaux en plus de la jonction du thermocouple de référence et de deux canaux supplémentaires pour la mesure de courant.

- ii) Un PC (Pentium 133 MHz et 64 Mo de RAM) incluant une carte GPIB (HP-82350 PCI) pour le transfert des données et le logiciel LABVIEW (version 5.0 - étudiant).
- iii) Un multimètre (HP-34401A) pour la mesure de la fréquence générée par les débitmètres à turbine.

Un programme d'acquisition de données spécifique a été construit à l'aide du logiciel LABVIEW. La figure 3.8 montre les résultats de ce programme tel que vu par l'expérimentateur sur l'écran.

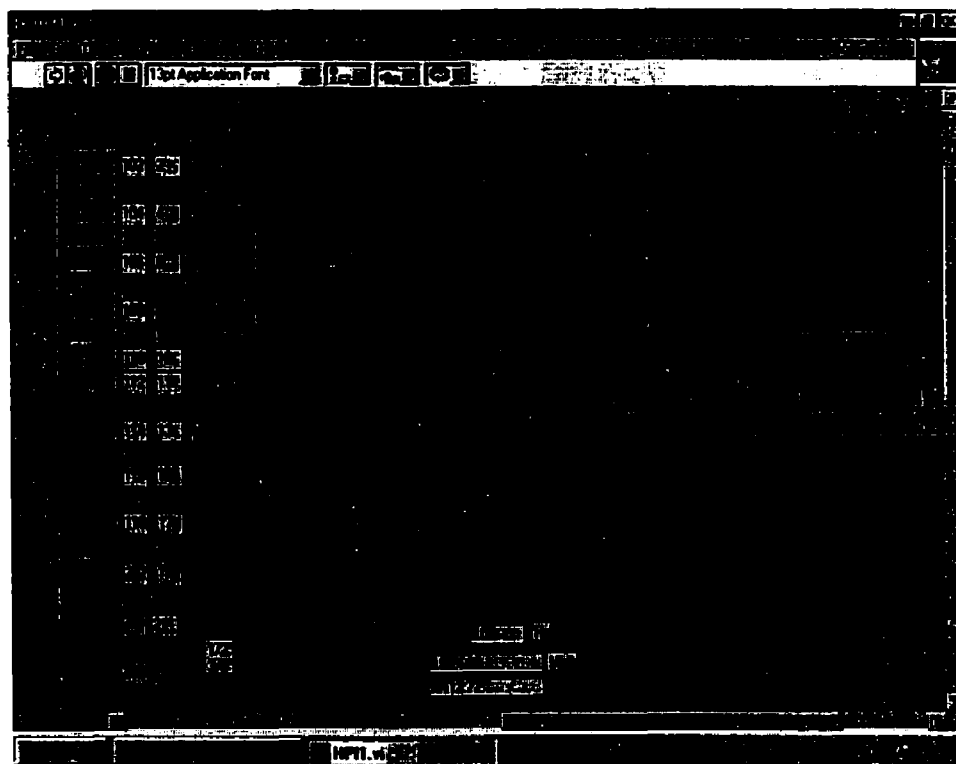


Figure 3.8: Affichage des résultats tel que vu par l'expérimentateur sur l'écran

Tel que montré à la figure 3.8, le programme d'acquisition de données a été construit de telle façon que l'expérimentateur soit capable de vérifier et contrôler l'expérience en temps réel. Trois diagrammes présentés sur l'écran montrent l'évolution de la température, du débit et de la puissance fournie aux éléments chauffants. Les colonnes à gauche donnent les valeurs des différentes températures mesurées.

Le programme permet une analyse en temps réel de la plupart des mesures. Le programme a été configuré de manière à obtenir un balayage de tous les thermocouples, des deux débitmètres, et de la puissance fournie aux deux éléments chauffants à toutes les dix secondes. Toutes les données sont écrites dans un fichier Excel (97) et sauvegardées sur le disque dur du PC.

3.5 Techniques de visualisation

La visualisation des écoulements se fait à l'aide d'injection de colorant fluorescent. Deux types de colorants fluorescents ont été utilisés. Le premier est de couleur jaune et est connu sous l'appellation Fluorescein Sodium - uranin (compagnie BHD Limited) et est vendu sous forme de poudre. Il est dissout dans l'eau à raison de 3 g par litre d'eau. Le deuxième est rouge et est vendu en pastilles (Cole Parmer modèle 295-16 red). Trois pastilles sont dissoutes dans 500 ml d'eau pour obtenir la couleur requise.

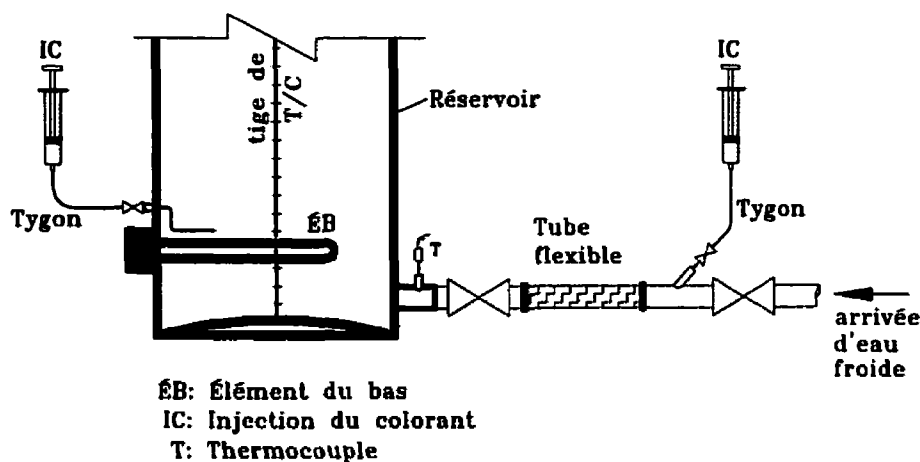


Figure 3.9: Systèmes d'injection du colorant

La figure 3.9 montre les deux systèmes d'injection utilisés. Le premier système est employé pour la visualisation de la zone de mélange au bas du réservoir (à droite de la figure 3.9) et l'autre pour la montée du panache au-dessus de l'élément chauffant du bas (à gauche). Dans les deux cas, l'injection du colorant se fait au moyen de seringues de 60 ml.

La configuration finale de chaque système d'injection résulte de nombreux essais préliminaires. Pour l'injection dans la zone de mélange il est important de remplir le tube flexible (environ 400 ml) de colorant avant l'alimentation en eau froide.

Le système d'injection utilisé pour la visualisation de la montée du panache au-dessus de l'élément du bas est constitué d'un tuyau en cuivre spécialement formé pour ne pas perturber l'écoulement. Ce tuyau est montré à la figure 3.5.

Les études de visualisation sont enregistrés au moyen d'une caméra numérique (Olympus modèle D-300L). Un chronomètre à grand écran est placé devant le réservoir pour permettre l'enregistrement temporel des phénomènes observés. Pour minimiser la réflexion de la lumière, la moitié arrière du chauffe-eau est recouverte de cartons blancs.

3.6 Procédures expérimentales

Deux types d'essais ont été réalisés: i) des essais pour déterminer l'évolution temporelle de la hauteur de la zone de mélange au bas du réservoir; ii) des essais pour observer la montée du panache au-dessus de l'élément chauffant ainsi que des mesures de température au centre du panache. Les sections suivantes présentent les étapes requises pour ces essais.

3.6.1 Zone de mélange

La procédure expérimentale utilisée pour déterminer l'évolution de la zone de mélange est constitué des étapes suivantes:

1. Tous les instruments électroniques sont mis en marche au moins une heure avant le début de l'expérience afin de réchauffer les circuits électroniques.
2. Le système de tuyauterie et le chauffe-eau sont remplis d'eau.

3. Le niveau d'eau dans le bac à niveau constant est vérifié.
4. Démarrage du système d'acquisition de données avec prise de mesure à toutes les 10 secondes.
5. L'alimentation en eau du bac est activée. Le débit désiré est ajusté à l'aide de la vanne de contrôle ("globe valve") installée en aval du débitmètre. Il est important de vérifier que l'eau s'écoule du trop plein du bac de façon à s'assurer que celui-ci est bien à niveau constant.
6. Lorsque le débit requis est atteint, d'une geste rapide les vannes d'isolation à l'entrée et la sortie ainsi que le trop plein du réservoir à niveau constant sont fermées pour permettre de chauffer l'eau. Il est à noter que cette opération permet de conserver la position de la vanne de contrôle et ainsi réobtenir le débit requis lorsque désiré.
7. L'élément chauffant du bas est mis en marche pour une période d'environ 2 à 3 heures.
8. Lorsque la température de l'eau atteint le point de consigne (soit entre 40 et 55°C) l'élément du bas est désactivé. Trente minutes avant d'atteindre le point de consigne les vannes du réservoir à niveau constant sont ouvertes. L'eau est dirigée vers le drain et non pas dans le chauffe-eau. Ceci permet de stabiliser la température d'alimentation avant l'essai proprement dit. Pendant cette période la section d'injection du colorant est remplie de colorant et le position de la caméra numérique est ajustée.
9. Après l'arrêt de l'élément chauffant, un délai d'environ quinze minutes est prévu dans le but d'obtenir une certaine stabilisation de la température à l'intérieur du

chauffe-eau. Ensuite, la direction de l'eau d'alimentation est changée du drain vers le chauffe-eau. Le chronomètre est mis en marche et la prise de photos débute.

10. La prise de mesure se poursuit jusqu'à ce que la température de sortie du chauffe-eau soit égale à celle à l'entrée. À ce moment, l'alimentation d'eau est coupée.
11. Les données enregistrées ainsi que les photos sont ensuite transférées sur un autre PC pour fins d'analyses.

Pour chaque essai il faut généralement compter une journée complète. Lors des essais à débit variable, les débits désirés sont obtenus en ajustant la vanne de contrôle (nombres de tours) à une position prédéterminée. Cette opération doit se faire d'une geste rapide de façon à atteindre le nouveau débit presque instantanément.

3.6.2 Montée du panache

La visualisation de la montée du panache au-dessus de l'élément chauffant du bas s'effectue de la façon suivante:

Étapes 1 à 6: Identiques aux étapes 1 à 6 présentées à la section 3.6.1

7. Le bas du réservoir est rempli d'eau froide jusqu'à la hauteur désirée (typiquement 25 cm). À ce moment le débit est arrêté. Cette étape permet de reproduire artificiellement la situation existant dans un chauffe-eau réel avant l'activation de

l'élément. Ainsi, le réservoir est stratifié avec trois zones: Une zone chaude en haut, une zone de mélange froide au bas et une thermocline entre les deux. L'élément est situé dans la zone de mélange.

8. La seringue est remplie de colorant fluorescent et la position de la caméra numérique et du chronomètre sont ajustées. Le système est maintenant prêt pour visualiser le panache et mesurer les températures selon l'axe du panache.
9. D'une geste rapide l'élément du bas est activé et simultanément le chronomètre est mis en marche et la prise de photos débute. Le colorant est graduellement injecté.
10. L'élément est désactivé lorsque la température de consigne est atteinte.
11. Les données enregistrées ainsi que les photos sont ensuite transférées sur un autre PC pour fins d'analyses.

Tout comme pour les essais relatifs à la zone de mélange, il faut généralement compter une journée complète par essai.

CHAPITRE 4

RÉSULTATS

Les deux objectifs principaux de la présente étude sont: (i) Détermination expérimentale de l'évolution temporelle de la zone de mélange formée au bas du chauffe-eau; (ii) Visualisation de la montée du panache turbulent formé au-dessus de l'élément chauffant et mesure de la température au centre du panache afin de vérifier la redistribution de chaleur pendant l'activation des éléments électriques. Ainsi, ce chapitre présente et analyse les résultats obtenus pour chacun des deux problèmes étudiés.

4.1 Zone de mélange

4.1.1 Généralités

Tel que présenté au chapitre 2, l'évolution de la zone de mélange au bas d'un chauffe-eau électrique varie linéairement avec le temps adimensionnel t^* ($t^* = \int_0^t \frac{Q}{V} dt$). Ainsi, la hauteur adimensionnelle (ou plus précisément le volume adimensionnel) est donnée par une relation de la forme:

$$R = R_0 + R_k t^* \tag{4.1}$$

où R est le volume adimensionnel défini par le rapport entre le volume de cette région sur le volume total du réservoir, R_k est le taux de variation, et R_0 est la valeur initiale de R (à $t^* = 0$). La valeur de R_0 est fonction du nombre de Richardson ($Ri = \frac{d_0 g (\Delta \rho / \rho_0)}{u_0^2}$) initial à l'entrée. Une relation de la forme $R_0 = m Ri^n$, où m et n sont des constantes, a été proposée pour caractériser R_0 .

Les sections suivantes présentent les résultats expérimentaux, la visualisation de l'écoulement, la méthode utilisée pour déterminer R_k et R_0 , et finalement une comparaison des résultats numériques et expérimentaux.

4.1.2 Résultats expérimentaux (débit constant)

Au total dix-huit tests ont été effectués pour déterminer l'évolution de la zone de mélange. Six tests préliminaires ont servis à développer la procédure expérimentale présentée au chapitre 3. Les résultats des douze autres tests ont été utilisés pour déterminer R_0 et R_k . Le tableau 4.1 résume les conditions de ces essais ainsi que les propriétés thermophysiques correspondantes. Il est à noter que dans ce mémoire les propriétés thermophysiques de l'eau sont obtenues à partir des corrélations présentées à l'annexe E.

Tableau 4.1: Conditions des essais expérimentaux

test #	T_{ent} [°C]	T_{int} [°C]	T_{amb} [°C]	ρ_{ent} [kg/m³]	ρ_{int} [kg/m³]	Q [L/min]	u_{axial} [m/s]	u_0 [m/s]	Ri
1	14.82	50.44	22.80	987.13	947.08	7.69	7.80E-04	4.52E-01	0.0386
2	15.25	50.30	22.74	986.70	947.26	5.30	5.38E-04	3.12E-01	0.0798
3	15.08	50.39	22.97	986.86	947.15	10.97	1.11E-03	6.45E-01	0.0188
4	15.35	50.66	23.10	986.59	946.82	3.61	3.67E-04	2.12E-01	0.1738
5	15.44	50.48	23.70	986.51	947.04	2.65	2.69E-04	1.56E-01	0.3194
6	14.98	50.40	22.30	986.97	947.13	8.86	8.99E-04	5.21E-01	0.0289
7	22.25	40.42	22.23	979.50	959.24	6.57	6.67E-04	3.86E-01	0.0264
8	22.09	40.29	23.84	979.87	959.39	9.90	1.01E-03	5.82E-01	0.0116
9	22.74	45.50	23.97	978.99	953.17	2.84	2.89E-04	1.67E-01	0.1806
10	22.21	45.86	24.23	979.54	952.73	7.56	7.67E-04	4.44E-01	0.0266
11	22.53	46.49	23.10	979.21	951.96	5.17	5.25E-04	3.04E-01	0.0578
12	22.36	41.18	23.60	979.39	958.34	3.68	3.74E-04	2.16E-01	0.0874

Dans ce tableau u_{axial} est la vitesse d'écoulement axiale (basée sur $D=45.72$ cm), u_0 est la vitesse dans le tuyau d'entrée (basée sur $d_0=1.90$ cm), Q est le débit moyen calculé ($= \Sigma Q_i / n$) où Q_i présente le débit mesuré au pas de temps i et n est le nombre total de mesure, ρ_{init} est la masse volumique initiale de l'eau stockée. Cette dernière valeur a également été considérée comme la masse volumique de référence ρ_0 pour le calcul du nombre de Richardson, Ri .

Les douze tests présentés au tableau 4.1 couvrent une plage de débit de 2.65 à 10.97 L/min, soit des débits généralement rencontrés dans le domaine des chauffe-eau résidentiel.

Les résultats obtenus à partir de chaque test sont traités de la façon suivante:

1. Le temps adimensionnel t^* est calculé à l'aide de la relation: $t^* = \sum(Q_i \Delta t / V_{tot})$, où Q_i est le débit mesuré au temps i et Δt est l'intervalle entre deux mesures, soit 10 s, et V_{tot} est le volume du réservoir, soit 225.96 L.
2. La température adimensionnelle, θ , est déterminée pour des incréments de t^* de l'ordre d'environ 0.05 (représentant l'échange de 5% du volume de stockage) à l'aide de la relation: $\theta = (T - T_{init}) / (T_{ent} - T_{init})$ où T est la température mesurée au niveau de chaque thermocouple (n°5 à 35 présentés à la figure 3.6), T_{init} et T_{ent} représentent, respectivement, la température initiale de l'eau stockée et la température de l'eau froide à l'entrée du chauffe-eau.
3. Les résultats sont ensuite portés sur un graphique où la température adimensionnelle mesurée à chaque position adimensionnelle est tracée pour différents t^* .

À titre d'exemple les résultats obtenus pour le test #11 sont présentés à la figure 4.1. À $t^* = 0.0$ le réservoir est complètement chargé et la température adimensionnelle, θ , prend une valeur de zéro pour toutes les valeurs de V/V_{tot} . Lorsque l'eau froide entre au bas du réservoir (l'entrée se situe à $V/V_{tot} = 0.087$), une petite région stratifiée se forme. Cette dernière est indiquée par une ligne horizontale à $t^* = 0.053$ à la figure 4.1, où le temps écoulé est de l'ordre 2.30 min. Par la suite, la thermocline se forme et commence à monter dans le chauffe-eau alors qu'une région complètement mélangée se forme au bas.

La formation d'une zone de mélange bien définie apparaît à partir de $t^* > 0.153$. À compter de ce moment, la température dans la zone de mélange devient de plus en plus uniforme et s'approche de la température de l'eau à l'entrée. En d'autres mots, lorsque $t^* \rightarrow \infty$, $\theta_{mix} \rightarrow 1.0$.

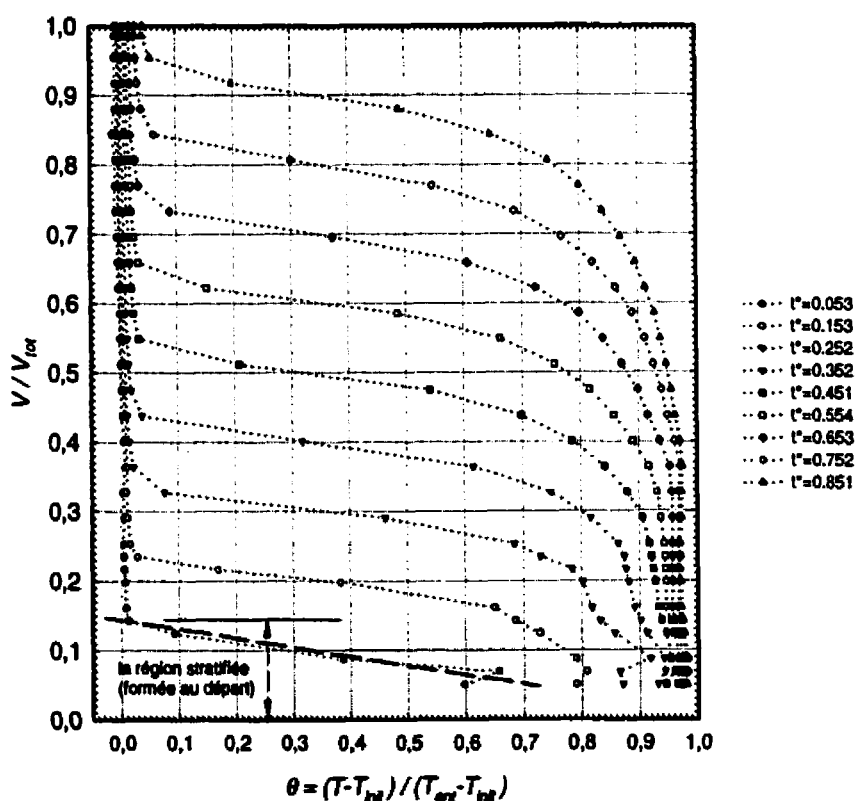


Figure 4.1: Test #11- Résultats expérimentaux ($Ri = 0.0578$, $Q = 5.17$ L/min)

Les résultats présentés à la figure 4.1 confirment les hypothèses sous-jacentes au modèle numérique de Bernier et Bouthillier (1995) qui divise le chauffe-eau en deux parties:

Une région avec l'écoulement de type de piston (incluant la thermocline et la zone chaude) et une région parfaitement mélangée au bas du réservoir.

Tel que montré à la figure 4.1, la température dans la zone chaude diminue légèrement à cause de la perte de chaleur par l'enveloppe du chauffe-eau. À titre d'exemple, pour $t^* = 0.053$, $\theta = 0.0$ et à $t^* = 0.851$, $\theta = 0.04$ dans la zone chaude située au-dessus de la thermocline.

Il est également intéressant d'observer l'augmentation d'épaisseur de la thermocline en fonction du temps. Ce phénomène est causé par trois mécanismes différents: i) La diffusion de la chaleur de la zone chaude située en haut de la thermocline vers la zone de mélange au bas du réservoir ; ii) Les pertes de chaleur au travers d'enveloppe du chauffe-eau ; iii) La conduction dans les parois verticales qui agissent comme un pont thermique entre la zone chaude et mélange (froide).

4.1.3 Visualisation de l'écoulement dans la zone de mélange

Tel que mentionné auparavant des essais de visualisation de l'écoulement ont été effectués pour enregistrer la formation et l'évolution de la zone de mélange ainsi qu'interpréter les phénomènes dans cette région. Les techniques de visualisation et la procédure utilisée ont été expliquées au chapitre 3.

Les essais de visualisation effectués durant le test # 11 sont présentés à la figure 4.2.

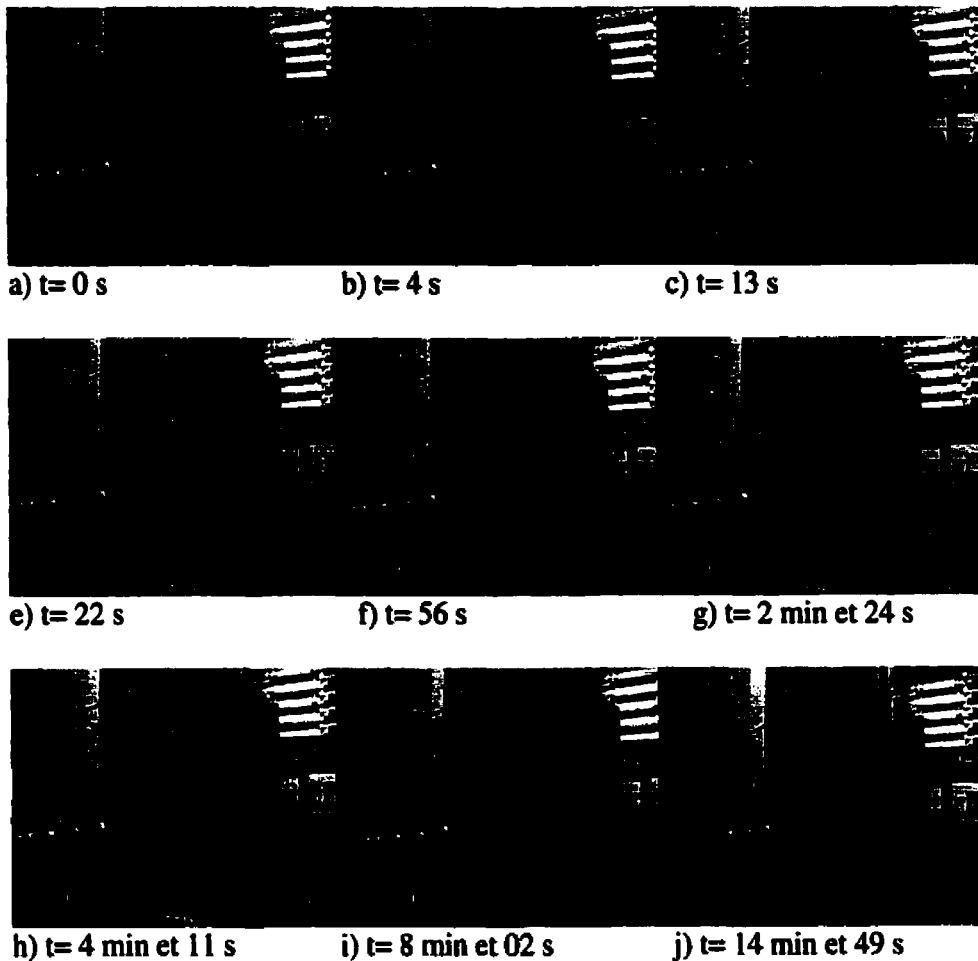


Figure 4.2: Visualisation de la zone de mélange au bas du chauffe-eau. Test #11
($Ri=0.0578$, $Q=5.17$ L/min)

Tel que montré à la figure 4.2b, le jet d'eau froide entrant dans le chauffe-eau est horizontal mais légèrement incliné vers le bas du réservoir. Ici, deux forces agissent. Premièrement, la poussée d'Archimède entraîne le fluide vers le bas puisque la masse volumique de l'eau qui entre est plus élevée que celle de l'eau chaude initialement stockée dans le réservoir. Deuxièmement, l'inertie du jet à sa sortie fait en sorte que le

jet se déplace horizontalement. Il est à noter que la formation initiale de la zone stratifiée est intimement liée à la relation entre ces deux forces.

Le mixage local et la formation initiale de la thermocline sont montrés aux figures 4.2c à f, soit durant la première minute d'essai. Tel que mentionnée auparavant, la thermocline monte dans le réservoir et une zone de mélange parfaite se forme en dessous de cette région.

Pour les figures 4.2g à j, le colorant s'est diffusé au delà de la zone de mélange et la zone colorée représente en fait l'ensemble de la thermocline et de la zone de mélange. Pour s'en convaincre il suffit de se rapporter à la figure 4.1 pour $t^* = 0.053$ et de comparer ces résultats à ceux de la figure 4.2g, où, $t^* = 0.055$. Sur cette dernière figure, le volume adimensionnel coloré est de 14%. Or à la figure 4.1 on remarque que cette hauteur adimensionnelle correspond à l'interface entre la zone chaude et la thermocline ce qui signifie que la partie colorée est présente à la fois dans la thermocline et la zone de mélange. Conséquemment, la mesure du volume coloré ne permet pas d'évaluer l'évolution de la zone de mélange.

La formation initiale de la zone stratifiée est un autre phénomène important à souligner. La figure 4.2e présente le cas où $t^* = 0.0084$ ce qui signifie un échange du volume théorique de 0.84%. Or, sur cette figure, le colorant est déjà reparti dans un volume beaucoup plus grand soit environ 7.0% du réservoir. La formation initiale de la zone

stratifiée est liée à l'inclinaison du jet d'entrée. Lorsque l'inclinaison est importante, le mixage devient moins important dans la zone de mélange et on assiste à la formation d'une zone stratifiée. Le degré d'inclinaison est relié à l'inertie d'entrée et à la poussée d'Archimède. Le nombre de Richardson, Ri , est généralement utilisé pour jumeler ces deux phénomènes. Ce dernier est défini au page 26 (chapitre 1).

Le nombre de Richardson est donc tout indiqué pour évaluer et estimer l'importance de formation initiale de la zone de mélange, i.e. R_0 . Une valeur de Ri élevée entraîne un volume initial moins important que pour une faible valeur de Ri . Donc, la variation de R_0 est inversement proportionnelle au nombre de Richardson à l'entrée. Il faut noter que R_0 représente une zone de mélange hypothétique parfaitement mélangée qui se forme initialement dans le réservoir. Or, tel que mentionné ci-dessus, c'est une région stratifiée qui se forme initialement et non pas une zone de mélange parfaite. La figure 4.3 présente les résultats d'un autre essai de visualisation réalisé pour un débit d'entrée de 10.64 L/min et $Ri = 0.0099$. Tel que montré sur cette figure, la vitesse de sortie du tuyau est relativement grande. De plus, le jet d'entrée n'est pas incliné (Ri est très faible) et il frappe la paroi opposée. On assiste alors à une grande instabilité dans la région d'entrée et un grand volume est affecté par le jet ce qui est clairement indiqué par la partie colorée de la figure.

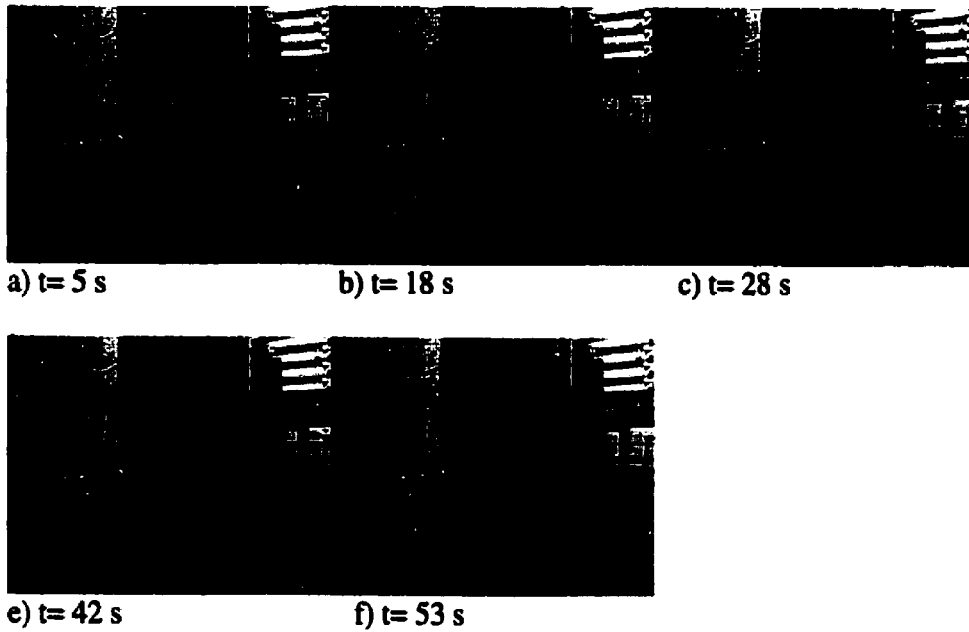


Figure 4.3: Visualisation de la zone de mélange au bas du chauffe-eau pour un débit d'entrée relativement élevé ($Q = 10.64$ L/min) et un faible nombre de Richardson ($Ri = 0.0099$)

4.1.4 Détermination des coefficients R_k et R_0

Tel que mentionné au chapitre 2, la température de l'eau dans la zone de mélange, T_{mix} , peut être estimée par l'équation suivante (équation 2.8):

$$T_{mix} = T_{ent} + (T_{init} - T_{ent}) e^{-\frac{Q}{V_{mix} R} t} \quad (4.2)$$

ou sous forme adimensionnelle:

$$\theta_{mix} = 1 - e^{-\frac{t^*}{R}} \quad (4.3)$$

Cette équation a été développée à partir de la première loi de la thermodynamique appliquée sur le volume de la zone de mélange, soit $R \times V_{tot}$, où R présente le volume adimensionnel de cette région.

En utilisant les résultats expérimentaux et l'équation 4.3, la variation de R en fonction du temps adimensionnel t^* est déterminée selon la procédure suivante:

1. À partir des résultats expérimentaux obtenus pour chacun des essais présentés au tableau 4.1 des graphes similaires à la figure 4.1 sont tracés. Il en résulte douze graphiques pour autant de Ri différents.
2. À partir de ces figures les valeurs de θ_{mix} définies par $\theta_{mix} = (T_{mix} - T_{init}) / (T_{ent} - T_{init})$, sont extraites pour différents temps adimensionnels t^* .
3. Les valeurs obtenues pour θ_{mix} à l'étape 2 et le temps adimensionnel t^* ($t^* = Q \cdot t / V_{tot}$) sont utilisées conjointement avec l'équation 4.3 pour obtenir le volume adimensionnel correspondant, R .
4. Les valeurs obtenues de R sont ensuite tracées en fonction de t^* .

5. Un lissage de courbe d'ordre 1, $y=y_0+bx$, est utilisé pour déterminer la variation de R en fonction de t^* . Ainsi y_0 et b représentent, respectivement, R_0 et R_k .
6. Les étapes 2 à 5 sont répétées pour les douze essais ce qui donne autant de valeurs de R_0 et R_k qui correspondent chacune à une valeur du nombre de Ri .

À titre d'exemple, les lectures de θ_{mix} effectuées à partir de la figure 4.1 pour le test #11 et les valeurs solutionnées de R à l'aide d'équation 4.3 sont tabulées au tableau 4.2. Il faut noter que ces lectures ont été effectuées pour $t^* \geq 0.153$, moment à partir duquel la zone de mélange est complètement développée. De plus, tel que montré à la figure 4.1, les trois premiers thermocouples (n°5, 6 et 7 présentés à la figure 3.6), situés au bas du réservoir, sont directement affectés par le jet d'entrée ce qui affecte la température lue par ces thermocouples. La température adimensionnelle de la zone de mélange, θ_{mix} a donc été évaluée en prenant des valeurs moyennes de ces lectures.

Tableau 4.2: Évolution de R en fonction de t^* , test #11 ($Ri=0.0578$)

t^*	θ_{mix}	$T_{mix} [^{\circ}C]$	R
0,153	0,800	26,12	0,095
0,252	0,880	24,62	0,119
0,352	0,920	23,87	0,139
0,451	0,947	23,36	0,154
0,554	0,955	23,21	0,179
0,653	0,963	23,06	0,198
0,752	0,968	22,96	0,218
0,851	0,972	22,89	0,238

Les résultats obtenus pour R ont été tracés à la figure 4.4 en fonction de t^* . Dans ce cas particulier les coefficients R_0 et R_k prennent des valeurs de 0.0658 et 0.2026, respectivement.

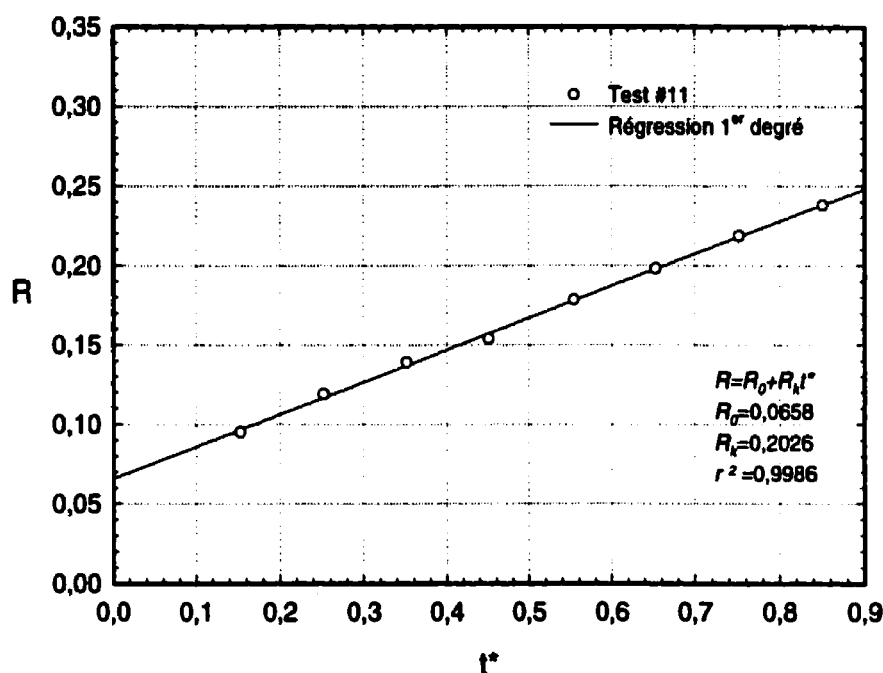


Figure 4.4: Test #11- Variation de R en fonction de t^* ($Ri = 0.0578$, $Q = 5.17$ L/min)

Tel que montré sur cette figure la régression de 1^{er} degré donne un coefficient de corrélation $r^2 = 0.9986$ ce qui confirme l'hypothèse de la variation linéaire de R par rapport au temps t^* .

Afin de développer une relation générale qui puisse être utilisée pour la détermination de R_0 en fonction du nombre de Richardson à l'entrée et de vérifier la généralité de R_k

(le taux de variation) la procédure utilisée pour le test #11 a été répétée pour tous les autres essais présentés au tableau 4.1. Ces résultats sont présentés à la figure 4.5 et les coefficients obtenus sont tabulés au tableau 4.3.

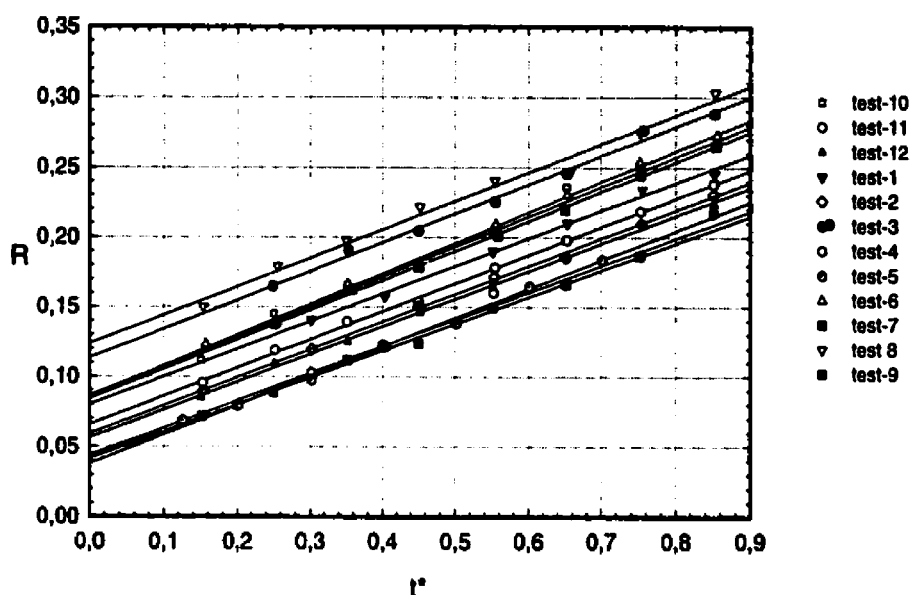


Figure 4.5: Régression linéaire pour déterminer R_0 et R_k

Tableau 4.3: Les résultats de la régression pour les 12 tests

test #	R_k	R_0	r^2	R_i
1	0,199	0,0800	0,9955	0,0386
2	0,200	0,0590	0,9986	0,0798
3	0,207	0,1133	0,9935	0,0188
4	0,194	0,0440	0,9902	0,1736
5	0,208	0,0379	0,9971	0,3194
6	0,220	0,0856	0,9960	0,0289
7	0,213	0,0840	0,9982	0,0264
8	0,205	0,1238	0,9866	0,0116
9	0,193	0,0414	0,9969	0,1806
10	0,214	0,0860	0,9883	0,0266
11	0,203	0,0658	0,9986	0,0578
12	0,199	0,0564	0,9978	0,0874
$R = R_0 + R_k t^*$				

Tel que montré au tableau 4.3, le taux de la variation de R en fonction de t^* , R_k , se situe dans la plage de 0.193 à 0.220 pour les douze tests effectués. Une valeur moyenne de 0.205 a été fixée pour R_k dans cette étude. Ainsi:

$$R = R_0 + 0.205t^* \quad (4.3)$$

Les valeurs de R_0 obtenues à partir des courbes de régressions (colonne 3, tableau 4.3) ont été tracées à la figure 4.6 en fonction du nombre de Richardson initial.

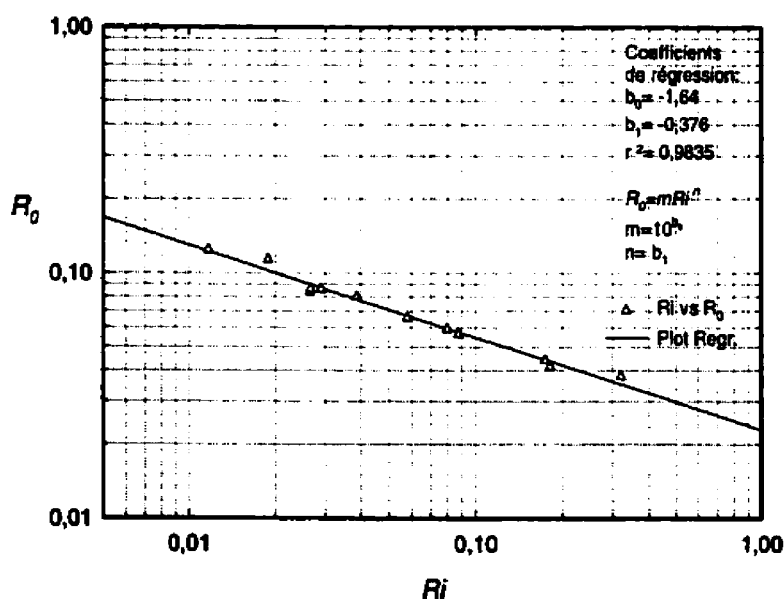


Figure 4.6: Régression linéaire pour déterminer R_0 en fonction du nombre de Richardson à l'entrée, Ri

Tel que mentionné auparavant, la variation de R_0 en fonction de Ri est de la forme $R_0 = m Ri^n$. En portant les résultats sur une échelle logarithmique il est possible d'évaluer les coefficients m et n . L'examen de la figure 4.6 montre que ces coefficients valent 0.023 et -0.376, respectivement. Ainsi, on a la relation:

$$R_0 = 0.023 Ri^{-0.376} \quad (4.4)$$

Cette relation définit la hauteur de la zone de mélange initiale en fonction du nombre de Richardson.

4.1.5 Utilisation des relations donnant R dans le modèle numérique

Les relations empiriques obtenues pour la zone de mélange, équations 4.3 et 4.4, ont été incorporées dans le modèle numérique présenté au chapitre 2. Ensuite le modèle numérique a été exécuté pour les différents cas présentés au tableau 4.1. Les figures 4.7 et 4.8 présentent les résultats d'une comparaison effectuée pour les conditions du test #11. La figure 4.7 présente la distribution axiale de la température adimensionnelle, θ , en fonction du temps adimensionnel, t^* . La figure 4.8 présente la variation de θ en fonction de t^* pour trois différentes positions: à la sortie du réservoir et à deux positions au centre du réservoir (les thermocouples numéros 16, 25 et 35).

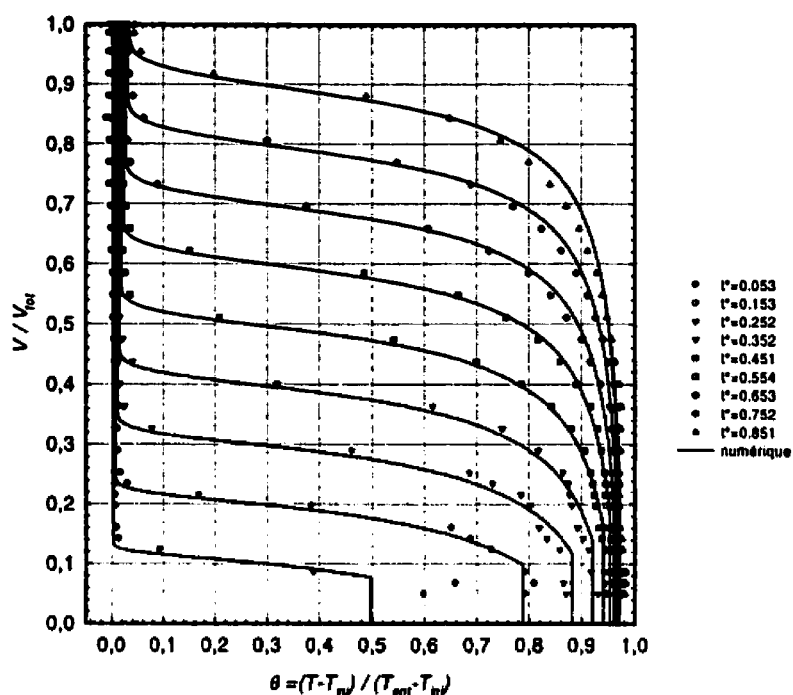


Figure 4.7: Test #11- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux: Distribution de la température axiale ($Ri=0.0578$, $Q=5.17$ L/min)

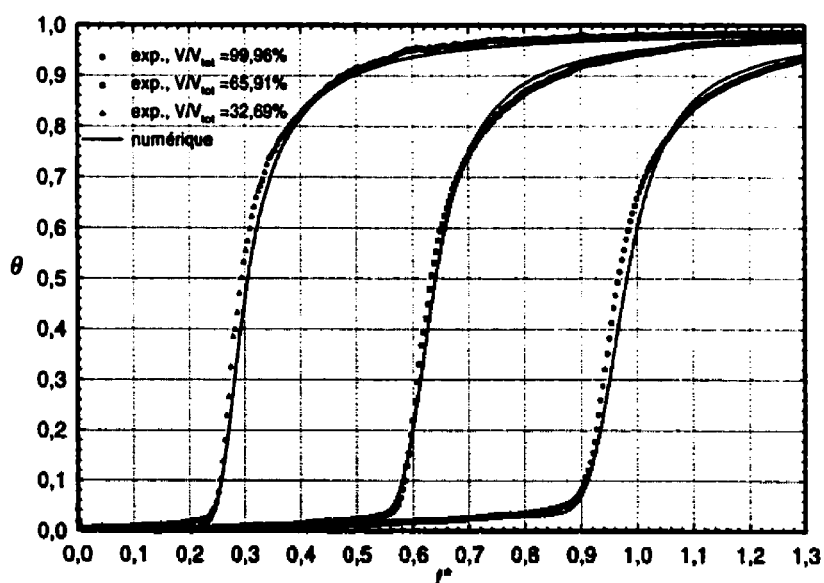


Figure 4.8: Test #11- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux: Évolution de la température adimensionnelle en fonction de t^* pour trois niveaux différents (thermocouple n° 16, 25, et 35)

Tel que montré à la figure 4.7, le modèle numérique prédit très bien l'évolution de la température selon l'axe du chauffe-eau. Cependant, au début, à $t^* = 0.053$, la température prédite par le modèle numérique s'éloigne de ce qui a été mesuré expérimentalement. Ceci est dû au fait que la zone de mélange n'est pas encore développée et que c'est plutôt une petite région stratifiée qui est présente.

Les résultats montrés à la figure 4.8 confirment la bonne performance du modèle numérique. Le point situé à $V/V_{tot} = 99.96\%$, i.e. près de la sortie, est digne de mention puisque c'est sans doute la prédiction la plus importante. Or, l'écart maximal entre les résultats expérimentaux et le modèle numérique est de $\pm 1.0^\circ\text{C}$.

Les figures 4.9 à 4.11 présentent une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux pour les tests # 1, 3 et 4. Ces tests ont été effectués pour des débits d'entrée de 7.69, 10.97 et 3.61 L/min, respectivement (les nombres de Richardson correspondants sont 0.0386, 0.0188 et 0.1736).

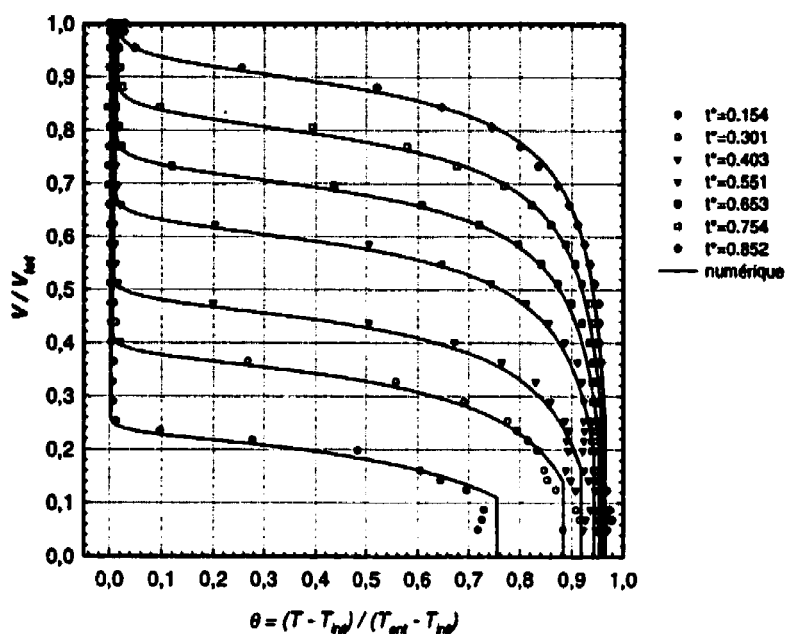


Figure 4.9: Test #1- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux: Distribution de la température axiale ($Ri=0.0386$, $Q=7.69$ L/min)

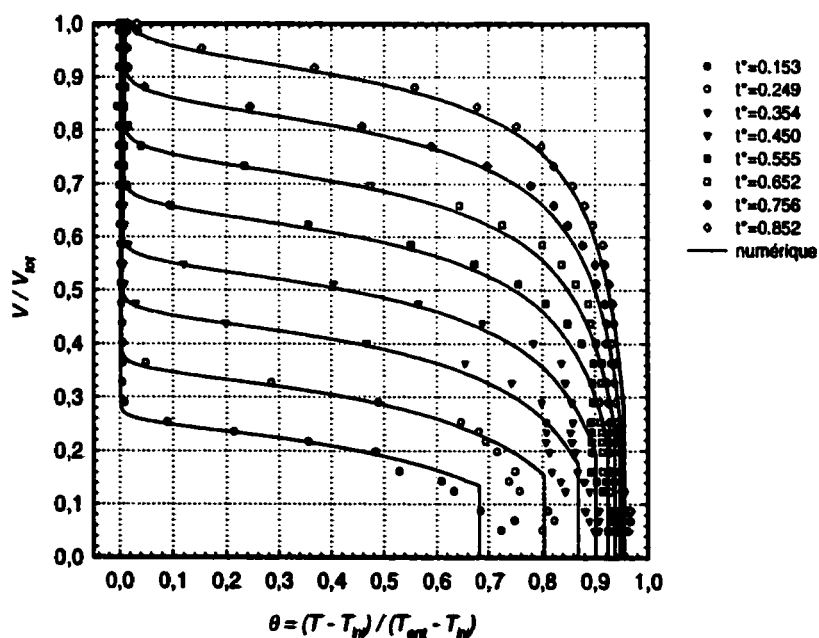


Figure 4.10: Test #3- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux: Distribution de la température axiale ($Ri=0.0188$, $Q=10.97$ L/min)

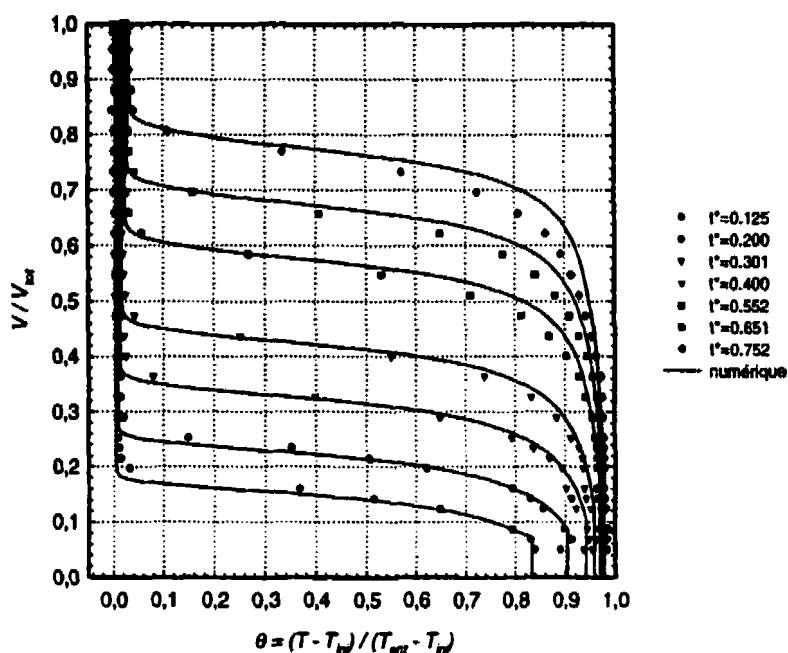


Figure 4.11: Test #4- Comparaison des résultats numériques et expérimentaux: Distribution de la température axiale ($Ri=0.1736$, $Q=3.61$ L/min)

Tel que montré à la figure 4.9 les résultats numériques prédisent très bien la distribution de la température axiale du réservoir pour un nombre de Richardson de 0.0386 et un débit d'entrée de 7.69 L/min. Par contre, pour un débit plus élevé (Ri relativement faible), comme celui du test #3 présenté à la figure 4.10, les résultats numériques sont moins bons pour de faibles valeurs de V/V_{tot} . Ainsi la différence dans la valeur de θ pour ces deux séries de résultats est de l'ordre de ± 0.07 , ce qui représente une erreur de l'ordre de $\pm 2.5^\circ\text{C}$. Cela est dû au fait que le jet frappe la paroi opposée (figure 4.3) ce qui affecte un grand volume d'eau au bas du chauffe-eau et qui rend plus ou moins aléatoire la température dans cette région.

La figure 4.11 présente les résultats du test #4 effectué pour un faible débit d'entrée de 3.61 L/min et un nombre de Richardson relativement élevé de 0.1736. Les résultats indiquent un très bonne prédiction de la distribution de la température dans le réservoir sauf pour les temps adimensionnels assez élevés de 0.651 ($t = 40.74$ min) et 0.752 ($t = 47.07$ min). En effet, la thermocline expérimentale est plus épaisse que celle prédite par le modèle numérique. Ce désaccord est probablement causé par la conduction dans la paroi du réservoir qui n'est pas comptabilisée dans le modèle numérique. Ainsi, à cause de son épaisseur relativement élevée (2.5 cm) et de sa conduction thermique, la paroi agit comme un pont thermique ce qui contribue à épaissir la thermocline. Cette dernière hypothèse devrait être vérifiée en simulant le transfert de chaleur bi-dimensionnel et transitoire dû à la conduction dans la paroi.

4.1.6 Extension du modèle numérique pour un débit d'entrée variable

Le modèle numérique doit être capable de prédire l'évolution de la température pour des conditions d'entrée variable. Des tests ont été effectués pour le cas où le débit est soudainement diminué tout en maintenant la température d'entrée constante. La diminution du débit d'entrée résulte en une augmentation du nombre de Richardson ce qui favorise la stratification et la formation d'une nouvelle zone de mélange sous la première. Dans ce cas, le nouveau volume adimensionnel de départ, R_0 , est calculé en fonction du nouveau Ri . Ce dernier est calculé en fonction de la nouvelle vitesse

d'entrée, u_0 , et de la nouvelle différence de masse volumique $\Delta\rho$. Tel que recommandé par Nakahara et al. (1989), la nouvelle valeur de $\Delta\rho$ est maintenant donnée par la différence de masse volumique entre l'eau qui entre et l'eau contenue dans l'ancienne zone de mélange. La température dans la nouvelle zone de mélange est calculée à l'aide de l'équation 4.2 où T_{init} est maintenant la température dans l'ancienne zone de mélange juste avant la diminution du débit et t^* est le temps écoulé depuis le changement (avec une valeur de zéro au début du changement). L'ancienne zone de mélange, non-comprise dans cette nouvelle zone, fait alors partie de la région où l'écoulement est de type de piston.

Le modèle numérique a été vérifié pour des conditions variables en effectuant un test pour les conditions suivantes:

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = 10.64 \text{ L / min, } Ri = 0.0099 \quad t^* < 0.26 \\ Q_2 = 4.61 \text{ L / min, } Ri = 0.0121 \quad t^* > 0.26 \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

à $t^*=0.0$, $T_{init}=40.37^\circ\text{C}$, $T_{ent}=22.44^\circ\text{C}$ et $T_{amb}=23.58^\circ\text{C}$.

Une comparaison numérique à l'expérimentale pour ces conditions est montrée à la figure 4.12.

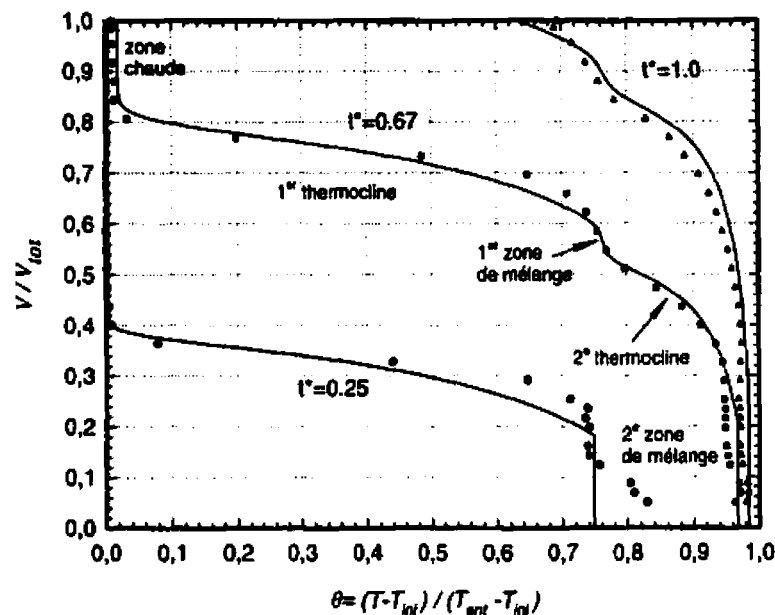


Figure 4.12: Distribution de la température axiale pour une diminution du débit d'entrée de 10.64 à 4.61 L/min à $t^* = 0.26$ (augmentation de Ri de 0.0099 à 0.0121)

Pour $t^* = 0.25$, le débit n'a pas encore été diminué et comme celui-ci est assez élevé, les prédictions souffrent des problèmes causés par le jet qui percute la paroi opposée. Outre cette anomalie, le modèle numérique prédit très bien la distribution de la température axiale du chauffe-eau sous une condition de débit variable à l'entrée. Les courbes pour $t^* = 0.67$ et 1.0 montrent clairement la première zone de mélange formée au bas du réservoir suivie par une deuxième zone stratifiée (thermocline) et finalement la deuxième zone de mélange.

Pour le cas où le débit d'entrée augmente (Ri diminue), la vitesse et $\Delta\rho$ prennent leurs nouvelles valeurs selon les recommandations du Nakahara et al. (1989). La valeur de ρ_{init} ne change pas et t^* sera calculé avec le nouveau débit. Dans ce cas, la zone de mélange s'accroît. Ce cas n'a pu être vérifié expérimentalement.

4.2 Montée du panache au-dessus de l'élément chauffant

La deuxième partie de cette étude est consacrée à la visualisation de la montée du panache turbulent au-dessus d'un élément chauffant. La procédure utilisée durant ces essais est présentée au chapitre 3. Plusieurs essais ont été réalisés pour différents scénarios d'utilisation. La visualisation d'un de ces essais est montrée à la figure 4.13.

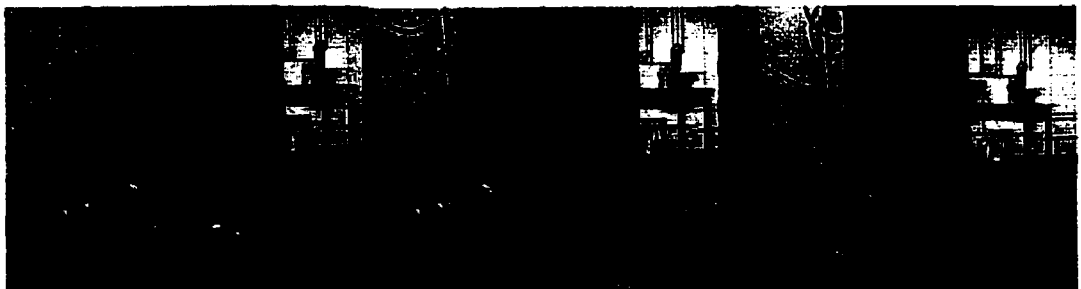


Figure 4.13: Visualisation de la montée du panache à $t= 37$ s, $t=9$ min 45 s et $t= 17$ min et 30 s

Cet essai a été réalisé pour les conditions suivantes. Tout d'abord, afin de reproduire une stratification semblable à une condition réelle d'utilisation, le réservoir a été rempli d'eau à 50°C. Puis l'entrée d'eau froide, dont la température est d'environ 21°C, a été ouverte jusqu'à ce que 25 cm d'eau froide couvre l'élément du bas. Le profil de température résultant à $t = 0$ minute est donné à la figure 4.14. Dans ce cas, l'interface entre la zone chaude et la thermocline est située au niveau du thermocouple #15 soit un

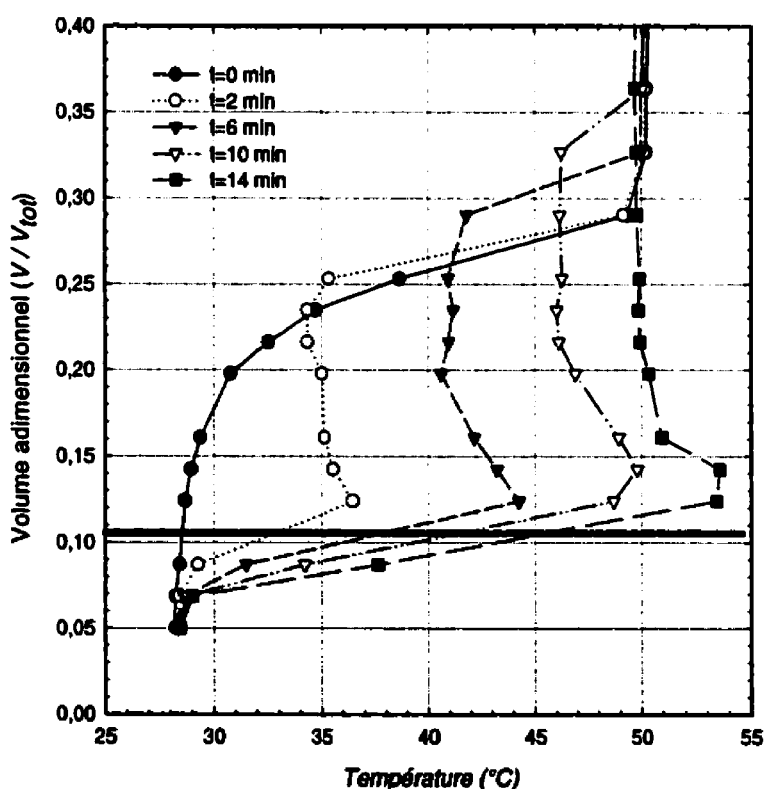


Figure 4.14: Évolution de température axiale lors de la montée d'un panache (l'élément du bas est situé à $V/V_{tot} = 10.54\%$, ce qui correspond à la ligne horizontale foncée sur la figure)

volume adimensionnel de 29.00%. Par la suite, l'élément du bas est mis en marche et l'injection de colorant et la prise de mesures expérimentales sont activées. La figure 4.15 présente l'évolution de la puissance fournie à cet élément mesurée durant l'essai. La moyenne de cette puissance se situe à 3764 W. Il en résulte un nombre de Grashof (basé sur la chaleur fournie par unité de longueur, équation 1.5) de 9.75×10^{11} . Conséquemment, selon le critère énoncé au chapitre 1, le panache est turbulent puisque $Gr > 3.00 \times 10^8$.

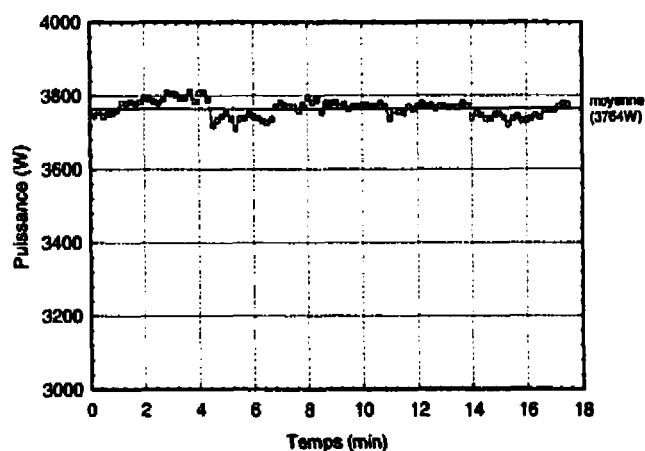


Figure 4.15: Évolution de la puissance fournie à l'élément du bas lors de la période d'essai

La figure 4.13 montre l'évolution du panache pour ces conditions alors que la figure 4.14 montre l'évolution de la température axiale dans la partie basse du chauffe-eau. Plusieurs phénomènes sont observables à partir de ces deux figures. Premièrement, la photo prise 37 secondes après le début de l'essai, montre clairement qu'un panache se

forme au-dessus de l'élément chauffant. Tel que mentionné en rapport avec la figure 1.2, on remarque la formation d'un champignon avec une répartition du colorant autour du point neutre.

Le deuxième phénomène digne de mention est le fait que malgré qu'il y ait un mixage important dans la zone du panache, ce brassage est confiné entre l'élément chauffant et le point neutre du panache. Ainsi, sur les photos de la figure 4.13, il n'y a aucun colorant sous l'élément chauffant.

L'eau se trouvant dans la tête du champignon ne peut s'étendre au delà des parois du réservoir. Cette eau sera plutôt recirculée à l'intérieur ce qui fait que le volume entre la zone chaude et l'élément chauffant devient vite coloré comme en fait foi la figure 4.13 à $t = 9 \text{ min } 45 \text{ sec}$. Cette observation semble corroborer l'hypothèse d'une répartition

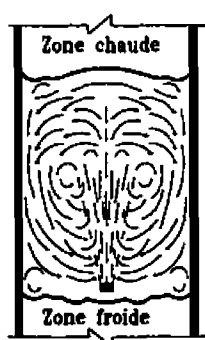


Figure 4.16: Représentation schématique du mixage dû à la montée du panache dans un chauffe-eau

égale de l'énergie produite par l'élément chauffant dans le volume occupé par l'eau située entre l'élément du bas et la zone chaude. L'évolution de la température selon l'axe du panache, montrée à la figure 4.14, semble confirmer cette observation expérimentale. À titre d'exemple, prenons le profil de température à $t = 10$ min (ce qui correspond à la photo du centre de la figure 4.13). On remarque que le profil de température est uniforme et égal à environ 46°C pour une hauteur adimensionnelle variant de 0.21 à 0.33. Les températures mesurées immédiatement au-dessus de l'élément chauffant sont un peu plus élevées. Ainsi, la température à une hauteur adimensionnelle de 0.14 est d'environ 50°C . Ceci s'explique par le fait que le thermocouple situé à cet endroit est dans la zone étroite du panache située immédiatement au-dessus de l'élément chauffant. Le volume d'eau chauffée est plus petit ce qui engendre une température plus élevée.

Le troisième phénomène intéressant concerne la tête du champignon qui, tel que montré à la figure 4.13, monte légèrement avec le temps. Ainsi, la tête du champignon (défini ici comme étant l'endroit où la température atteint 50°C) se situe à environ 0.32 à $t = 6$ min et monte à 0.36 à $t = 10$ min. Deux phénomènes physiques expliquent ce comportement. Premièrement, il y a diffusion de chaleur de la zone chaude vers la base ce qui a tendance à faire monter la tête du champignon.. Deuxièmement, tel que mentionné précédemment, le panache continuera de monter au-dessus du point neutre (Z_{max} , figure 1.2) à cause de son inertie. Cela cause une pénétration locale de l'eau du

panache (moins froide) dans la zone chaude et un mixage local se forme. Ce phénomène fait monter la tête du champignon.

La figure 4.17 a été tracée pour montrer l'évolution de la température au niveau du thermocouple #11 situé à un volume adimensionnel de 19.77% (à 12.7 cm au-dessus de l'élément chauffant). Une progression linéaire implique que la chaleur produite par l'élément chauffant est uniformément répartie. Or, l'évolution présentée à la figure 4.17 n'est pas tout à fait linéaire. On remarque que la pente diminue au fur et à mesure que le temps avance. Ceci s'explique par le fait que la zone située entre l'élément chauffant et la zone chaude augmente à cause des phénomènes décrits au paragraphe précédent. Conséquemment, puisque le volume chauffé augmente et que la puissance fournie est essentiellement constante, le taux de variation de la température (pente sur la figure 4.17) diminue.

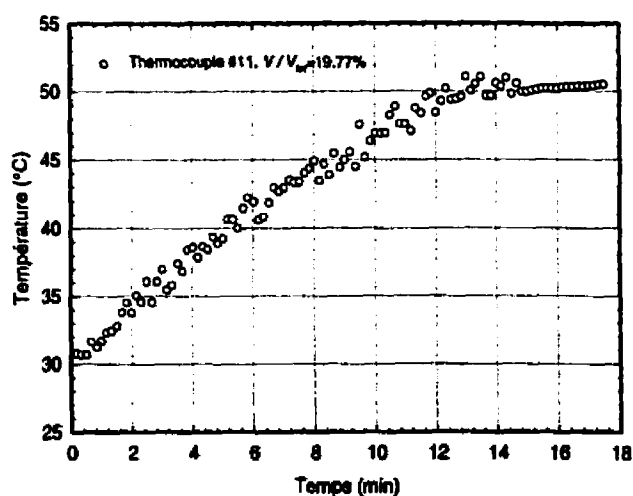


Figure 4.17: Évolution de la température axiale pour le thermocouple #11 situé à 12.7 cm au-dessus de l'élément chauffant

Finalement, un phénomène intéressant se produit lorsque la température dans la zone étroite du panache dépasse la température de la zone chaude du chauffe-eau. Lorsque ces conditions se produisent (par exemple pour $t > 14$ minutes sur la figure 4.14) le panache traverse la tête du champignon et le mixage se fait maintenant sur toute la hauteur du chauffe-eau. D'ailleurs, la photo de droite de la figure 4.13 montre clairement que tout le chauffe-eau est maintenant rempli de colorant indiquant ainsi que le mixage se produit dans tout le chauffe-eau. Ce phénomène est clairement observable sur la figure 4.17 où pour $t > 14$ min la pente diminue soudainement indiquant que la chaleur est distribuée dans un plus grand volume.

Il est intéressant de revenir sur le modèle semi-analytique du panache développé au chapitre 1 et de le comparer aux résultats expérimentaux. Le modèle semi-analytique est fondé sur des hypothèses d'un écoulement laminaire et stationnaire avec une estimation du débit d'entraînement basée sur la corrélation empirique de List (1982) pour un panache turbulent. La comparaison modèle-expérience se fera à l'aide de la figure 4.13 (à 37 s) et de la figure 1.10. Ces figures ont été établies à partir des mêmes conditions. La superposition de ces deux figures est présentée à la figure 4.18. Il faut noter qu'une valeur de $\delta = \pm 0.23$ m représente la paroi du chauffe-eau étudié ($D=0.46$ m). Tel que mentionné au chapitre 1, le modèle semi-analytique a été développé pour un environnement non-confiné et linéairement stratifié. Dans un chauffe-eau stratifié avant que l'élément chauffant soit activé, on assiste à la présence d'une zone de mélange

(faible degré de stratification), une thermocline (fort degré de stratification) et une zone chaude où le degré de stratification est presque zéro (figure 1.7). Le modèle semi-empirique est incapable de tenir compte d'une discontinuité du degré de stratification. Pour modéliser ce chauffe-eau un degré de stratification équivalent a été calculé basé sur l'hypothèse que la tête du champignon du panache ne peut pas traverser la zone chaude. Ainsi la comparaison présentée à la figure 4.18 est réalisée pour montrer l'application du modèle développé.

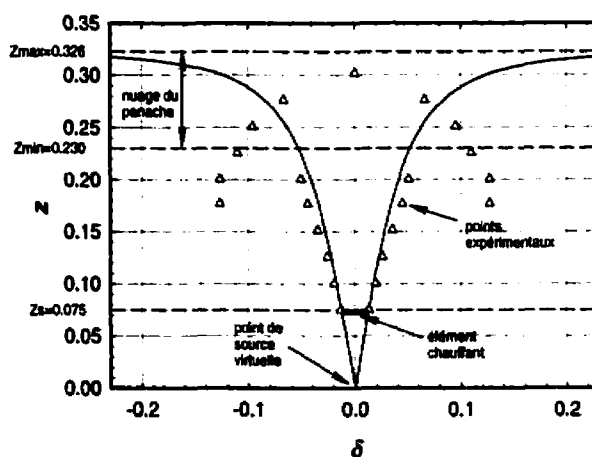


Figure 4.18: Comparaison de l'épaisseur du panache prédit à l'aide du modèle semi-analytique et les résultats expérimentaux

L'épaisseur du panache a été mesurée qualitativement à partir de la photo de visualisation présentée à la figure 4.13 (à $t=37$ s) et ce sont ces points (les triangles) que l'on retrouve sur la figure 4.18.

Tel que montré à la figure 4.18, le modèle semi-analytique reproduit assez fidèlement la périphérie (l'épaisseur) du panache au-dessus de la zone étroite. Ceci semble indiquer que la relation empirique proposée par List (1982) fournit une bonne estimation du débit d'entraînement. La tête du champignon du panache selon le modèle semi-analytique devrait se répandre dans la bande entre Z_{max} et Z_{min} sur la figure 4.18. Cependant, tel que mentionné auparavant, le chauffe-eau est une espace confinée et l'eau se trouvant dans la tête du panache ne peut s'étendre au delà des parois du réservoir. Cette eau sera plutôt recirculée à l'intérieur. Ainsi les deux cotés de tête du champignon (les points expérimentaux sur la figure 4.18) sont dirigés vers le bas, et on assiste à un écoulement descendant entre la périphérie du panache et la paroi du réservoir. Tout ceci entraîne un mixage important.

Compte tenu des résultats présentés ci-dessus, le modèle semi-analytique est utile pour estimer l'épaisseur du panache. Il pourrait également servir à optimiser la géométrie du chauffe-eau (diamètre, hauteur et la position de l'élément chauffant).

CONCLUSION

Ce dernier chapitre décrit les principales conclusions et suggère quelques recommandations pour de futurs travaux. La section 5.1 présente la revue des objectifs de cette étude. La section 5.2 trace les grandes lignes de la méthodologie utilisée. Ensuite, la section 5.3 résume les principaux résultats obtenus. Finalement, la section 5.4 donne quelques recommandations.

5.1 Revue des objectifs

Le chauffe-eau électrique résidentiel est un appareil couramment utilisé au Québec pour la production d'eau chaude sanitaire. La consommation énergétique de ces appareils représente environ 7.3% de la consommation électrique totale au Québec. De plus, en période de pointe ces chauffe-eau drainent environ 10% de la puissance installée au Québec. Conséquemment, la consommation énergétique des chauffe-eau électriques n'est pas négligeable. Dans le but d'effectuer des études de délestages, un modèle numérique de tels chauffe-eau a récemment été bâti par Bernier et Bouthillier (1995). Ce modèle, ainsi que ceux qui ont été examinés dans la littérature scientifique, souffre de deux incertitudes. Premièrement, la distribution de la chaleur dans le réservoir pendant l'activation des éléments chauffants n'est pas bien caractérisée. Deuxièmement, la région du chauffe-eau où l'eau froide entre dans le réservoir est une région

complètement mélangée avec des écoulements tridimensionnels turbulents. L'évolution de cette région en fonction du temps n'est pas bien définie.

Les deux objectifs de la présente étude sont donc: 1) Caractérisation expérimentale de la montée d'un panache au-dessus d'un élément chauffant dans le but de connaître la répartition de l'énergie fournie; 2) Caractérisation expérimentale de la région de mélange au bas du chauffe-eau afin d'obtenir une corrélation empirique sur l'évolution temporelle de cette région.

5.2 Méthodologie

Pour réaliser les objectifs mentionnés ci-dessus, un montage expérimental a été conçu puis construit. Ce montage est présenté au chapitre 3. La pièce maîtresse est le réservoir cylindrique transparent grandeur nature. Ce chauffe-eau est équipé de 31 thermocouples situés le long de l'axe central du réservoir. Des mesures complémentaires de débits et de puissance complète l'ensemble des mesures. Toutes ces mesures, une quarantaine au total, sont reliées à un système d'acquisition de données en temps réel piloté par le logiciel LABVIEW. Toutes ces mesures ont été soigneusement étalonnées tel que décrit aux Annexes A, B et C.

La visualisation des écoulements est réalisée en injectant du colorant fluorescent. Deux systèmes d'injections ont été installés: Un pour la visualisation de la montée du panache

au-dessus de l'élément chauffant du bas; et l'autre sur le tuyau d'entrée pour la visualisation de la zone de mélange. Finalement, une caméra numérique complète l'ensemble et permet d'enregistrer l'évolution du panache ou de la zone de mélange.

Un modèle semi-analytique de montée de panache a également été développé pour faciliter l'interprétation des résultats expérimentaux. Ce modèle a été construit en supposant que le panache est laminaire et permanent. Il s'appuie également sur les travaux de List (1982) pour la prédiction de l'entraînement secondaire dans le panache.

Finalement, le modèle numérique unidimensionnel de Bernier et Bouthillier (1995) a été modifié pour tenir compte des résultats obtenus lors de la présente étude. Il est utile de rappeler que ce modèle scinde le chauffe-eau en deux parties. Une région où l'écoulement est de type de piston et une région de mélange à l'entrée du chauffe-eau. La performance du modèle est tributaire de la prédiction de la hauteur et de la température de la région de mélange et de l'hypothèse de la répartition de la chaleur fournie par les éléments chauffants.

5.3 Principaux résultats

5.3.1 Zone de mélange

En plus de montrer qualitativement la hauteur de la zone de mélange, les essais présentés aux figures 4.2 et 4.3 permettent de visualiser deux phénomènes importants: i) existence d'une petite zone stratifiée qui est présente avant la formation de la zone de mélange proprement dite; ii) l'impact du nombre de Richardson initial sur l'inclinaison du jet à l'entrée.

Une corrélation empirique a été développée à partir des mesures de températures. Cette corrélation est de la forme:

$$R = R_0 + R_k t^* \quad (5.1)$$

où R_k , le taux de variation de R prend la valeur de 0.205. Dans cette équation, R est la hauteur adimensionnelle (ou plus précisément le volume adimensionnel) défini par le rapport entre le volume de la région de mélange sur le volume total du réservoir, R_0 est la valeur initiale de R (à $t^* = 0$), et t^* est le temps ($t^* = \int_0^t \frac{Q}{V} dt$) sous forme adimensionnelle. Une série d'essai a permis de déterminer que R_0 est donné par:

$$R_0 = 0.023 Ri^{-0.376} \quad (5.2)$$

où Ri est le nombre de Richardson à l'entrée défini par: $Ri = \frac{d_0 g(\Delta\rho/\rho_0)}{u_0^2}$.

Tel que mentionné au chapitre 2, la température de l'eau dans la zone de mélange, T_{mix} , peut être estimée par l'équation suivante (équation 2.8):

$$T_{mix} = T_{ent} + (T_{init} - T_{ent}) e^{-\frac{Q}{V_{mix} R}} \quad (5.3)$$

La nouvelle corrélation pour R a été incorporé au modèle de Bernier et Bouthillier (1995). Puis, des essais ont été réalisés pour comparer les résultats de ce modèle numérique modifié aux résultats expérimentaux de la présente étude. Tel que montré aux figures 4.7 à 4.11, le modèle unidimensionnel modifié reproduit assez fidèlement les résultats expérimentaux. Ainsi, la prédiction de la température de sortie, qui est sans doute la plus importante, est excellente dans tous les cas.

À faible débit (figure 4.11) la prédiction de la hauteur de la zone de mélange est excellente, particulièrement pour les faibles valeurs de t^* . Par contre, pour des valeurs de t^* élevées, la prédiction de l'épaisseur de la thermocline laisse à désirer (bien que la prédiction de la température de sortie soit excellente). Ceci est dû au fait que le modèle

numérique ne tient pas compte de la conduction dans la paroi. Or à faible débit, la conduction dans la paroi augmente l'épaisseur de la thermocline. Tel que mentionné au chapitre 4 cette hypothèse devrait être vérifiée. Pour des débits élevés (e.g. figure 4.10), le jet d'entrée frappe la paroi opposée et il en résulte une instabilité aléatoire de la température de la zone de mélange. Il n'est donc pas surprenant de voir une différence notable entre la température prédite par le modèle et les températures mesurées pour ces cas. Par contre, pour ces débits élevés, le phénomène de conduction dans la paroi est moins important ce qui fait que la prédiction de la thermocline est excellente même pour des valeurs de t^* élevées.

Finalement, la performance du modèle a été évaluée pour des conditions d'entrée variables et les résultats obtenus sont en bon raccord avec les résultats expérimentaux.

5.3.2 Montée du panache

Une des limites du modèle proposé par Bernier et Bouthillier (1995) est la modélisation de la redistribution de l'eau chaude produite par les éléments chauffants. Ces derniers ont proposé une redistribution uniforme de la chaleur dans la région située entre l'élément actif et la zone chaude qui atteint la température de la consigne. L'examen de la figure 4.13 montre que la zone entre l'élément chauffant et la zone chaude est complètement colorée indiquant un bon brassage dans cette région. L'élément chauffant agit donc comme un bon agitateur. La montée du panache est limitée par la zone chaude

où l'eau avoisinante est moins dense que celle du panache. Comme la tête du champignon ne peut se répandre, l'eau avoisinante qui pénètre dans le panache proviendra de cette région et une circulation continue se forme. Cette observation semble corroborer l'hypothèse d'une répartition égale de l'énergie produite par l'élément chauffant dans le volume occupé par l'eau située entre l'élément du bas et la zone chaude. Par ailleurs, cette même figure montre également que la partie située en dessous de l'élément chauffant n'est pas affectée par ce brassage.

Le modèle semi-analytique du panache développé au chapitre 1 a été utilisé pour estimer l'épaisseur du panache. La comparaison modèle/expérimentale montre une bonne prédiction de l'épaisseur dans la zone étroite du panache (figure 4.18). Ceci semble confirmer l'utilisation de la relation empirique de List (1982) pour l'estimation du débit d'entraînement. Ce modèle peut donc être utilisé pour une première estimation de l'épaisseur du panache.

Il a également été montré que la zone située entre l'élément chauffant et la zone chaude augmente en fonction du temps. En d'autres mots, la tête du champignon monte légèrement avec le temps. Ceci signifie que la chaleur fournie est distribuée dans un volume qui augmente avec le temps. Deux phénomènes physiques expliquent ce comportement. Premièrement, il y a diffusion de chaleur de la zone chaude vers le bas ce qui tendance à faire monter la tête du champignon. Deuxièmement, le panache continuera de monter au-dessus du point neutre à cause de son inertie. Cela cause une

pénétration locale de l'eau du panache dans la zone chaude et un mixage local se forme ce qui a tendance à faire monter la tête du champignon.

Finalement, il a été observée que lorsque la température dans la zone étroite du panache dépasse la température de la zone chaude du chauffe-eau, le panache traverse la tête du champignon et le mixage se fait maintenant sur toute la hauteur du réservoir.

5.4 Recommandations

Les résultats présentés dans ce mémoire sont encourageants mais il reste un certain nombre de sujets à explorer avant de bénéficier d'un modèle à toute épreuve. Voici quelques-uns des sujets qui méritent une attention particulière :

1. Tel que présenté au chapitre 4, la prédiction de l'épaisseur de la thermocline pour des valeurs de r^* élevées laisse à désirer pour de faibles débits d'entrée. Ceci est dû au fait que le modèle numérique du chauffe-eau ne tient pas compte de la conduction dans la paroi qui agit alors comme un pont thermique. Ainsi le modèle numérique devrait être amélioré pour tenir compte de ce phénomène. La conduction transitoire et bi-dimensionnelle dans la paroi devrait être étudiée numériquement afin de quantifier ce phénomène.
2. La corrélation empirique développée pour estimer l'évolution de la zone de mélange en fonction du temps ne tient pas compte de la position (hauteur) du tuyau d'entrée.

Cette position peut influencer la formation initiale de la région stratifiée et conséquemment la détermination de R_0 (équation 5.2). Les tests ont été effectués pour une position fixe du tuyau d'entrée représentant 8.70% du volume du réservoir. Afin d'obtenir une corrélation plus générale d'autres tests devraient être effectués pour vérifier l'effet de la position d'entrée.

3. Le modèle numérique a été vérifié pour les conditions variables d'entrée dans le cas où le débit est soudainement diminuer. D'autres conditions variables à l'entrée comme l'augmentation du débit et/ou des variations de température de l'eau à l'entrée devraient être examinées.
4. Tel que présenté précédemment, la montée du panache est confinée dans la région située entre l'élément chauffant et la zone chaude qui a atteint la température de consigne. Cette région évolue dans le temps. Plusieurs tests devraient être effectués pour trouver expérimentalement une corrélation qui puisse servir à estimer l'évolution de cette région dans le temps.
5. La visualisation de la montée du panache au-dessus de l'élément chauffant du bas a été réalisé pour le cas où le débit est nul. Dans des conditions réelles d'utilisation il y a généralement consommation d'eau chaude. La montée d'un panache devrait être étudiée expérimentalement dans les cas où il y a une débit ascendant.
6. Le modèle semi-analytique du panache présenté au chapitre 1 pourrait être amélioré pour tenir compte de degré de stratification différents selon la hauteur. De plus, ce modèle pourrait être modifié pour tenir compte des écoulements transitoires qui se produisent souvent dans un chauffe-eau.

RÉFÉRENCES

AL-NAJEM, N.M. et EL-REFAEE, M.M. (1997). A Numerical Study for the Prediction of Turbulent Mixing Factor in Thermal Storage Tanks. Applied Thermal Engineering, 17, No. 12, 1173-1181.

ASHRAE STANDARD 41.5-75 (1975). Standard Measurement Guide, Engineering Analysis of Experimental Data.

BERNIER, M.A. (1991). Investigation of a Closed-Loop Thermosyphon. Thèse de Doctorat, McGill University, Canada.

BERNIER, M.A. (1996). Réduction de la pointe électrique par un délestage sélectif des chauffe-eau électriques résidentiels. Colloque France-Acadie, Université de Moncton, Nouveau-Brunswick.

BERNIER, M.A. et BOUTHILLIER, P. (1995). Modélisation de la performance thermique des chauffe-eau électriques du type résidentiel. Rapport technique EPM/RT-95/06, École Polytechnique de Montréal, Canada.

CABELLI, A. (1977). Storage Tanks-A Numerical Experiment, Solar Energy, 19, 45-54.

CAI, L., STEWART, W.E., SOHN, C.W. (1993). Turbulent Buoyant Flows into a Two Dimensional Storage Tank. International Journal of Heat and Mass Transfer, 36, No. 17, 4247-4256.

CALDWELL, J.S. et BAHNFLETH, W.P. (1998). Identification of Mixing Effects in Stratified Chilled-Water Storage Tanks by Analysis of Time Series Temperature Data. ASHRAE Transactions, 104, part 2, 366-376.

COLE, R.L., et BELLINGER, F.O. (1982). Natural Thermal Stratification in Tanks. Argonne National Laboratory, report ANL-82-5.

COOK, R.E. (1980). Effects of Stratification in Performance and Control of Residential Electric Water Heaters. ASHRAE Transactions, 86, part 1, 927-937.

EAMES, P.C. et NORTON, B. (1998). The Effect of Tank Geometry on Thermally Stratified Sensible Storage Subject to Low Reynolds Number Flow. International Journal of Heat and Mass Transfer, 41, No. 14, 2131-2142.

GRIGNON, M., BOUAFIA, M., OULD BABA, B. (2000). Identification de structures de panache dans des écoulements de convection naturelle. Congrès français de Thermique, SFT 2000, Lyon, France, 247-251.

HIMASEKHAR, K. et JALURIA, Y. (1982). Laminar Buoyancy-Induced Axisymmetric Free Boundary Flows in a Thermally Stratified Medium. International Journal of Heat and Mass Transfer, 25, No. 2, 213-221.

HOMAN, K.O., SOHN, C.W., SOO, S.L. (1996). Thermal Performance of Stratified Chilled Water Storage Tanks. ASHRAE International Journal of HVAC&R Research, 2, No. 2, 158-170.

INCROPERA, F.P. et DEWITT, D.P. (1996). Fundamentals of Heat and Mass Transfer. John Wiley & Sons, 4th Edition.

KLEINBACH, E.M., BECKMAN, W.A., KLEIN, S.A. (1993). Performance Study of One-Dimensional Models for Stratified Thermal Storage Tanks. Solar Energy, 50, No. 2, 155-166.

KLINE, S.J. et McCLINTOCK, F.A. (1953). Describing Uncertainties in Simple-Sample Experiments. Mechanical Engineering, 3-8.

KOTSOVINOS, N.E. (1977). Plane Turbulent Jets. Part 2. Turbulent Structure. Journal of Fluid Mechanics, 81, part 1, 45-62.

LAVAN, Z., et THOMPSON, J. (1977). Experimental Study of Thermally Stratified Hot Water Storage Tanks. Solar Energy, 19, 519-524.

LIST, E.J. (1982). Mechanics of Turbulent Buoyant Jets and Plumes. Turbulent Buoyant Jets and Plumes, Livre édité par RODI, W., HMT-6, 1-68.

NAKAHARA, N., SAGARA, K., TSUJIMOTO, M. (1989). Water Thermal Storage Tank: Part 2- Mixing Model and Storage Estimation for Temperature-Stratified Tanks. ASHRAE Transactions, 95, part 2, 371-394.

OMEGA, (1992). Temperature Measurement Handbook. Omega Engineering Inc., volume 28.

OPPEL, F.J., GHAJAR, A.J. MORETTI, P.M. (1986). Numerical and Experimental Study of Stratified Thermal Storage. ASHRAE Transactions, 92, part 2, 293-309.

PETERSON, P.F. (1994). Scaling and Analysis of Mixing in Large Stratified Volumes. International Journal of Heat and Mass Transfer, 37, No. 1, 97-106.

RAJARATNAM, N., ASCE, M., LAL, P.B.B. (1983). Plane Turbulent Plumes Coflowing Streams. Journal of Engineering Mechanics, 109, No. 5, 1299-1303.

SENECAL, M. (1995). Étude expérimentale des écoulements de convection mixte en conduite circulaire soumis à un flux de chaleur uniforme. Mémoire de Maîtrise ès Sciences Appliquées, École Polytechnique de Montréal, Canada.

SLIWINSKI, B.J., MECH, A.R., SHIH, R.S., (1978). Stratification in Thermal Storage during Charging. 6th International Heat Transfer Conference, Toronto, 4, 149-154.

SPALL, R.E. (1998). A Numerical Study of Transient Mixed Convection in Cylindrical Thermal Storage Tanks. International Journal of Heat and Mass Transfer, 41, No. 13, 2003-2011.

TORRANCE, K.E. (1979). Natural Convection in Thermally Stratified Enclosures with Localized Heating from Below. Journal of Fluid Mechanics, 95, part 3, 477-495.

WIRTZ, R.A. et CHIU, C.M. (1974). Laminar Thermal Plume Rise in a Thermally Stratified Environment. International Journal of Heat and Mass Transfer, 17, 323-329.

YOO, J., WILDIN, M.W., TRUMAN, C.R. (1986). Initial Formation of a Thermocline in Stratified Thermal Storage Tanks. ASHRAE Transactions, 92, part 2, 280-292.

ZURIGAT, Y.H., MALONEY, K.J., GHAJAR, A.J. (1989). A Comparaison Study of One-Dimensiona Models for Stratified Thermal Storage Tanks. ASME Journal of Solar Energy Engineering, 111, 204-210.

ANNEXE A

ÉTALONNAGE DES DÉBITMÈTRES:

PROCÉDURE ET RÉSULTATS

A.1 Introduction

Cette annexe présente la procédure ainsi que les résultats de l'étalonnage des deux débitmètres à turbine utilisés dans la présente étude.

Les débitmètres à turbine sont constitués de deux pièces principales soit le rotor et le capteur magnétique. Le fluide en passant dans le débitmètre entraîne la rotation du rotor ce qui génère une pulsation électrique lorsque les pales du rotor passent dans le champ magnétique du capteur. La fréquence ainsi générée est proportionnelle au débit qui passe au travers du débitmètre.

Deux débitmètres de compagnies différentes ont été utilisés. Le débitmètre AW TR-11.500 (12.7 mm) de la compagnie AW permet de mesurer des débits de 2.83 à 28.34 L/min (0.75 à 7.50 gpm), tandis que le modèle AN 8-4 (9.5 mm) de la compagnie Cox peut mesurer un débit de 0.95 à 9.46 L/min (0.25 à 2.5 gpm).

Le facteur "K" du débitmètre représente le nombre de pulsation générée par unité de volume de fluide. Cette constante d'étalonnage est généralement constante sur l'intervalle d'opération, et elle est unique pour chaque débitmètre. L'objectif de l'étalonnage est donc de déterminer cette constante K et d'évaluer la linéarité du débitmètre. Dans les paragraphes qui suivent, on retrouvera dans l'ordre, la procédure d'étalonnage, les résultats obtenus, et finalement, les calculs relatifs à l'incertitude.

A.2 Procédure

La procédure d'étalonnage consiste à comparer le débit mesuré à une mesure étalon. Le débitmètre est installé au même endroit que dans les essais finaux et la même chaîne de mesure est utilisée.

Tel que montré à la figure A.1, cette chaîne de mesure du débit comprend: Le débitmètre à turbine, le câble coaxial, un fréquencemètre (multimètre Hewlett Packard HP-34401A) un câble GPIB reliant le multimètre à un PC et finalement le logiciel LABVIEW est utilisé pour l'acquisition de donnée.

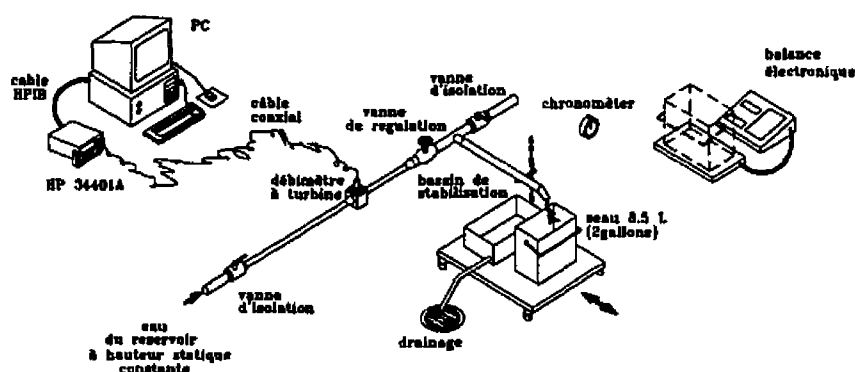


Figure A.1: Représentation schématique du montage servant à l'étalonnage des débitmètres

La mesure étalon est obtenue en mesurant la masse de fluide s'accumulant dans un récipient pendant un certain intervalle de temps. La masse de fluide est mesurée avec une balance électronique (OHAUS DS4) alors que le temps est déterminé à l'aide d'un chronomètre. L'eau est alimentée par gravité à partir d'un bassin d'eau à hauteur statique constante, ce qui assure une bonne stabilité du débit. La température de l'eau du bassin est maintenue à 15°C.

La procédure d'étalonnage se déroule de la façon suivante. Tout d'abord, la vanne de régulation de débit est ajustée au débit désiré. Pendant cette période d'ajustement, l'eau est dirigée vers un bassin de stabilisation, relié à un drain. Dès que le débit désiré est atteint un seau de mesure est inséré d'un geste rapide sous l'écoulement grâce à un

plateau roulant. Simultanément, un chronomètre est mis en marche (figure A.1). Après un certain temps, la quantité d'eau accumulée est suffisante et le seau est retiré rapidement tout en arrêtant simultanément le chronomètre. Le débit est alors calculé à l'aide de l'équation suivante :

$$\dot{m} = \frac{m_{sc,f} - m_{sc,v}}{\Delta t} \quad (A.1)$$

où Δt est la valeur de l'intervalle de temps indiquée sur le chronomètre, $m_{sc,f}$ est le poids du seau rempli d'eau, et $m_{sc,v}$ est le poids du seau à vide.

Ces différentes étapes sont répétées plusieurs fois pour chaque débitmètre afin de couvrir toute la plage de débits. Afin d'assurer la précision des résultats obtenus et de vérifier la reproductibilité des expériences, ces tests sont répétés une autre fois pour chacun de ces débitmètres. Ainsi deux séries de données couvrant la plage de débits sont obtenues pour chaque débitmètre.

A.3 Résultats

Les tableaux A.1 et A.2 présentent les résultats d'étalonnage des débitmètres n°1 (12.7 mm) et n°2 (9.5 mm).

Tableau A.1: Résultats d'étalonnage du débitmètre n°1 (12.7 mm)

Débitmètre n° 1 [12.7 mm]					
essai #	Fréq. Moyenne, F (Hz)	Débit réel, mesuré par le système de balance et chronomètre			
		Δt (sec)	Masse nette d'eau accumulé $m_{sc,r} m_{sc,v}$ (kg)	Débit massique (kg/s)	Débit Vol. réel, $Q_{réel}$ (L/min)
1	854,90	29,97	8,06	0,269	16,14
2	851,81	30,66	8,18	0,267	16,01
3	799,52	32,62	8,16	0,250	15,01
4	750,87	34,71	8,15	0,235	14,09
5	700,14	37,56	8,15	0,217	13,02
6	649,91	39,72	8,03	0,202	12,13
7	602,31	44,43	8,29	0,187	11,20
8	549,05	47,75	8,16	0,171	10,25
9	503,15	53,78	8,37	0,156	9,34
10	449,99	57,53	7,98	0,139	8,32
11	401,29	64,53	7,98	0,124	7,42
12	348,21	74,75	8,00	0,107	6,42
13	299,79	91,19	8,39	0,092	5,52
14	248,59	107,35	8,14	0,076	4,55
15	200,89	135,06	8,15	0,060	3,62
16	172,69	164,44	8,57	0,052	3,13
17	849,89	31,84	8,45	0,265	15,92
18	798,34	35,03	8,66	0,247	14,83
19	749,64	36,63	8,54	0,233	13,99
20	700,40	37,46	8,13	0,217	13,02
21	649,56	45,00	9,05	0,201	12,07
22	598,44	47,13	8,74	0,185	11,13
23	552,43	48,44	8,26	0,171	10,23
24	503,46	53,16	8,21	0,154	9,27
25	452,54	58,19	8,08	0,139	8,33
26	402,97	62,69	7,71	0,123	7,38
27	350,04	78,72	8,42	0,107	6,42
28	296,88	92,31	8,36	0,091	5,43
29	252,17	110,65	8,45	0,076	4,58
30	199,53	135,40	8,12	0,060	3,60
31	172,68	155,22	7,96	0,051	3,08

2^e série des tests1^{re} série des tests

Tableau A.2: Résultats d'étalonnage du débitmètre n°2 (9.5 mm)

Débitmètre n° 2 [9.5 mm]					
essai #	Fréq. Moyenne, F (Hz)	Débit réel, mesuré par le système de balance et chronomètre			
		Δt (sec)	Masse nette d'eau accumulé $m_{sc,r} m_{sc,v}$ (kg)	Débit massique (kg/s)	Débit Vol. réel, $Q_{réel}$ (L/min)
1	700,28	96,84	8,53	0,088	5,29
2	649,41	102,66	8,37	0,082	4,89
3	599,19	110,31	8,27	0,075	4,50
4	550,08	119,72	8,23	0,069	4,12
5	501,60	133,15	8,33	0,063	3,75
6	450,43	146,22	8,21	0,056	3,37
7	402,30	161,94	8,11	0,050	3,00
8	354,12	187,12	8,25	0,044	2,65
9	302,37	221,75	8,32	0,038	2,25
10	246,14	279,97	8,49	0,030	1,82
11	198,81	340,09	8,34	0,025	1,47
12	131,88	498,09	8,03	0,016	0,97
13	698,34	98,41	8,43	0,087	5,25
14	661,89	100,16	8,30	0,083	4,97
15	601,07	111,04	8,36	0,075	4,52
16	550,60	123,60	8,48	0,069	4,12
17	498,62	133,53	8,30	0,062	3,73
18	449,01	149,22	8,38	0,056	3,37
19	402,46	166,62	8,35	0,050	3,01
20	332,24	195,72	8,06	0,041	2,47
21	226,97	269,97	7,57	0,028	1,68
22	153,58	440,20	8,32	0,019	1,13

2^e série des tests1^{re} série des tests

Ces résultats ont été portés graphiquement aux figures A.2 et A.3. Ces figures présentent le débit réel en fonction de la fréquence moyenne du débitmètre tel que lu par le système d'acquisition de données. Pour chacun des débitmètres les deux séries de données (tableaux A.1 et A.2) ont été utilisées pour la production de ces figures.

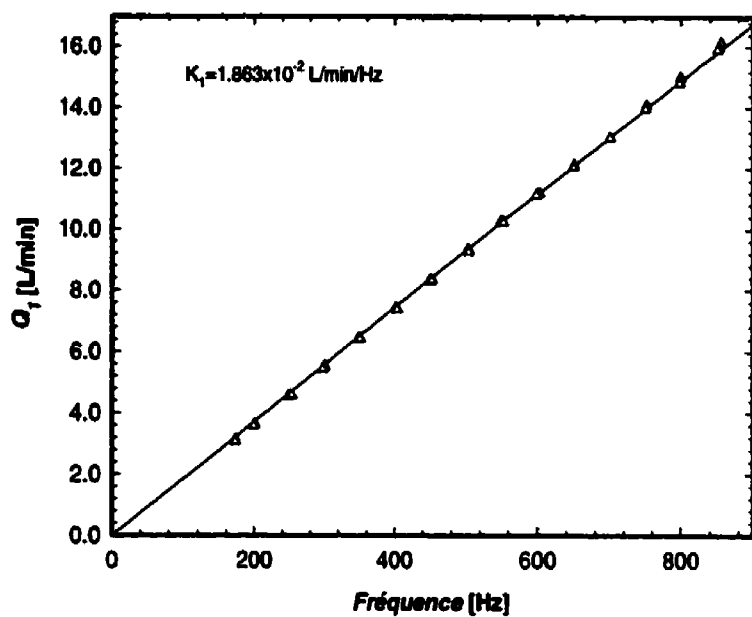


Figure A.2: Étalonnage du débitmètre n°1 (12.7 mm)

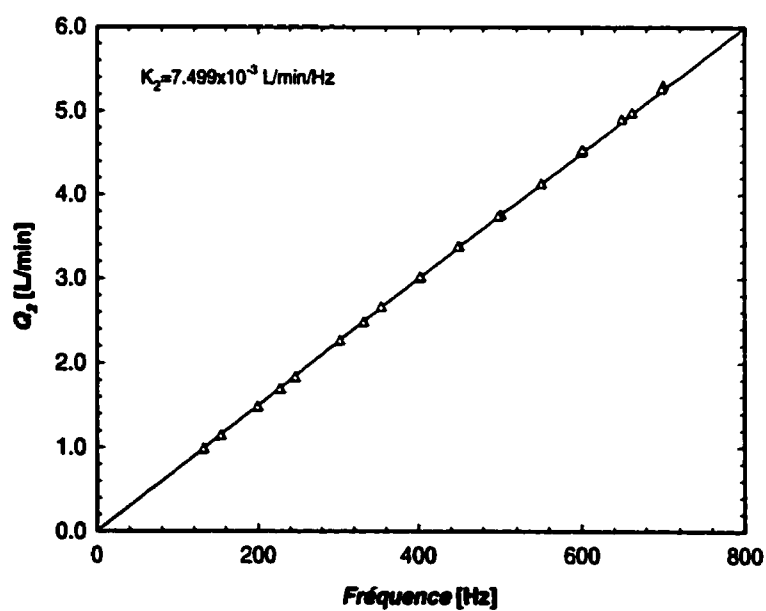


Figure A.3: Étalonnage du débitmètre n°2 (9.5 mm)

Tel que montré aux deux figures la linéarité des deux débitmètres est excellente. Une régression linéaire indique les pentes des courbes, qui représentent les constantes K des débitmètre, sont (en):

$$K_1 = 1.863 \times 10^{-2} \text{ L/min/Hz} \quad (\text{A.2})$$

$$K_1 = 7.499 \times 10^{-3} \text{ L/min/Hz} \quad (\text{A.3})$$

A.4 Incertitudes

A.4.1 Incertitude sur la mesure du débit réel

Pour déterminer l'incertitude sur la mesure du débit massique réel (\dot{m}), la technique de propagation des incertitudes de Kline et McClintock (1953) est utilisée. En utilisant cette technique on peut montrer que l'incertitude relative sur la mesure du débit massique réel, peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\frac{w_{\dot{m}}}{\dot{m}} = \frac{w_Q}{Q} = \sqrt{\left(\frac{w_{(m_{sc,f} - m_{sc,v})}}{m_{sc,f} - m_{sc,v}} \right)^2 + \left(\frac{w_{\Delta t}}{\Delta t} \right)^2} \quad (\text{A.4})$$

où:

$w'_{\dot{m}}$ = incertitude sur la mesure du débit massique réel;

w'_Q = incertitude sur la mesure du débit volumétrique réel où $w'_Q = \frac{w'_{\dot{m}}}{\rho}$;

Q = débit volumétrique, il faut noter que $Q = \frac{\dot{m}}{\rho}$;

$w_{(m_{sc,f}-m_{sc,v})}$ = incertitude sur la masse mesurée;

$w_{\Delta t}$ = incertitude sur l'intervalle de temps;

Δt = l'intervalle de temps.

L'incertitude sur la masse mesurée est de ± 0.004 kg. Cette dernière valeur a été déterminée en étalonnant la balance avec des poids de références. L'incertitude sur la mesure du temps est estimée à ± 0.1 s. L'équation A.4 montre que les valeurs de $m_{sc,f} - m_{sc,v}$ et de Δt devraient être les plus grandes possibles afin de minimiser l'incertitude sur \dot{m} .

A.4.2 Incertitude sur la mesure de la fréquence

Pendant la période de mesure du débit réel, la fréquence correspondante est mesurée par le multimètre et capturée simultanément par le système d'acquisition de données. Ces mesures démontrent une certaine fluctuation de la fréquence.

La figure A.4 présente une évolution de la fréquence pour un cas typique. Ce sont les valeurs moyennes de fréquence qui ont été utilisées pour déterminer la constante K de chaque débitmètre.

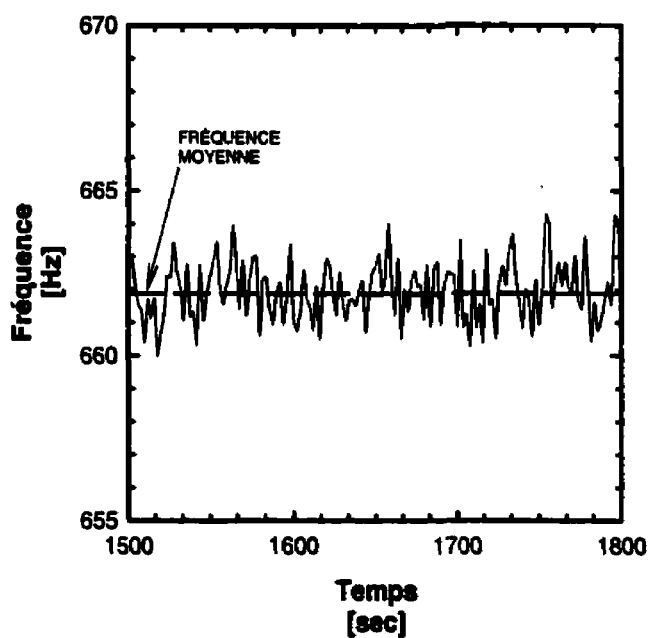


Figure A.4: Fluctuation typique de la fréquence

Cependant, il faut tenir compte des fluctuations de fréquence lors de l'évaluation de l'incertitude globale sur le débit mesuré. L'incertitude liée à la mesure de fréquence sera calculée en évaluant l'écart type des données mesurées.

L'écart type des mesures de fréquence a été calculé pour chaque débit selon l'équation suivante (ASHRAE STANDARD 41.5-75, 1975):

$$\sigma = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.5})$$

où :

σ = écart type sur la mesure de fréquence;

n = la nombre total de mesures de fréquence pendant la période de mesure;

F_i = $i^{\text{ème}}$ fréquence mesurée;

\bar{F} = la fréquence moyenne.

L'incertitude sur la mesure de fréquence pour chaque mesure du débit est estimée en prenant deux fois l'écart type, soit:

$$w_f = \pm 2\sigma \quad (\text{A.6})$$

Ceci signifie que 95.5% des données se trouvent dans la bande $\pm 2\sigma$ autour de la valeur moyenne. L'incertitude sur la fréquence mesurée aussi obtenue est convertie en litre par minute à l'aide des équations A.2 et A.3. Donc, l'incertitude sur la mesure du débit causée par les incertitudes sur la mesure de la fréquence, w_Q'' , est donnée par:

$$w_Q'' = K \times w_f \quad (\text{A.7})$$

où K est la constante d'étalonnage.

A.4.3 Incertitude sur le débit obtenu par la courbe de la régression

Il existe un écart entre le débit réel mesuré et le débit calculé par la courbe de régression (respectivement colonnes 4 et 5 des tableaux A.3 et A.4). Une incertitude est assignée à cet écart. Ainsi pour chaque point "i" (chaque essai porté aux tableaux A.3 et A.4) elle correspond à:

$$w_Q''' = ABS[Q_i - Q_{\text{réel},i}] \quad (\text{A.8})$$

A.4.4 Incertitude globale sur la mesure du débit

En utilisant la technique de propagation des incertitudes de Kline et McClintock (1953), l'incertitude globale sur la mesure du débit est donnée par:

$$w_{Q,\text{global}} = \sqrt{(w_Q')^2 + (w_Q'')^2 + (w_Q''')^2} \quad (\text{A.9})$$

Les tableaux A.3 et A.4 montrent les incertitudes globales ainsi que les incertitudes intermédiaires présentées aux équations A.4, A.7, et A.8.

Tableau A.3: Résultats du calcul des incertitudes du débitmètre n°1 (12.7 mm)

Débitmètre n° 1 (12.7mm)									
essai #	Fréquence Moyenne (Hz)	$\pm 2\sigma$ (Hz)	Mesure étalon $Q_{\text{étal}}$ (L/min)	Débit obtenu par la courbe de régression (1ère deg.) Q (L/min)	Incertitudes				
					Écart courbe d'étalonnage w''_0 (L/min)	Incertitude liée à la fréquence w'_0 (L/min)	Incertitude sur le débit mesuré w_0 (L/min)	Incertitude globale $w_{0,\text{global}}$ (L/min)	Incertitude globale relative sur mesure du débit
1	854.90	3.72	16.14	15.92	0.212	0.069	0.054	0.23	1.44%
2	851.81	3.74	16.01	15.87	0.141	0.070	0.053	0.17	1.05%
3	799.52	2.42	15.01	14.89	0.116	0.045	0.047	0.13	0.89%
4	750.87	2.00	14.09	13.99	0.102	0.037	0.041	0.12	0.83%
5	700.14	1.67	13.02	13.04	0.023	0.031	0.035	0.05	0.40%
6	649.91	1.47	12.13	12.11	0.024	0.027	0.031	0.05	0.39%
7	602.31	1.66	11.20	11.22	0.024	0.031	0.026	0.05	0.42%
8	549.05	7.38	10.25	10.23	0.026	0.137	0.022	0.14	1.38%
9	503.15	1.13	9.34	9.37	0.034	0.021	0.018	0.04	0.47%
10	449.99	1.42	8.32	8.38	0.059	0.026	0.015	0.07	0.80%
11	401.29	1.73	7.42	7.47	0.055	0.032	0.012	0.07	0.87%
12	348.21	0.94	6.42	6.49	0.065	0.018	0.009	0.07	1.04%
13	299.79	0.91	5.52	5.58	0.064	0.017	0.007	0.07	1.19%
14	248.59	0.81	4.55	4.63	0.081	0.015	0.005	0.08	1.78%
15	200.89	1.59	3.62	3.74	0.121	0.030	0.003	0.12	3.34%
16	172.69	7.10	3.13	3.22	0.090	0.132	0.002	0.16	4.97%
17	849.89	2.94	15.92	15.83	0.092	0.055	0.051	0.12	0.75%
18	798.34	2.27	14.83	14.67	0.038	0.042	0.043	0.07	0.48%
19	749.64	1.67	13.99	13.96	0.025	0.031	0.039	0.06	0.40%
20	700.40	1.53	13.02	13.05	0.025	0.028	0.035	0.05	0.40%
21	649.56	2.69	12.07	12.10	0.033	0.050	0.027	0.07	0.54%
22	598.44	1.49	11.13	11.15	0.021	0.028	0.024	0.04	0.38%
23	552.43	1.92	10.23	10.29	0.059	0.036	0.022	0.07	0.70%
24	503.46	2.76	9.27	9.38	0.112	0.051	0.018	0.12	1.32%
25	452.54	1.07	8.33	8.43	0.098	0.020	0.015	0.10	1.20%
26	402.97	1.02	7.38	7.51	0.127	0.019	0.012	0.13	1.72%
27	350.04	0.91	6.42	6.52	0.103	0.017	0.009	0.10	1.60%
28	296.88	3.00	5.43	5.53	0.096	0.056	0.006	0.11	2.01%
29	252.17	1.52	4.58	4.70	0.115	0.028	0.006	0.12	2.53%
30	199.53	3.79	3.60	3.72	0.118	0.071	0.003	0.14	3.71%
31	172.68	9.20	3.08	3.22	0.140	0.171	0.003	0.22	6.87%
Incertitude relative maximale=									6.87%
max. excluant les tables d'étal.									2.53%

2^e série des tests

1^{re} série des tests

Tableau A.4: Résultats du calcul des incertitudes du débitmètre n°2 (9.5 mm)

Débitmètre n° 2 [9.5 mm]									
essai #	Fréquence Moyenne (Hz)	$\pm 2\sigma$ (Hz)	Mesure étalon Q_{std} (L/min)	Débit obtenu par la courbe de regression (1ère deg.) Q (L/min)	Incertitudes				
					Écart courbe d'étalonnage w''_Q (L/min)	Incertitude liée à la fréquence w''_f (L/min)	Incertitude sur le débit mesuré w'_Q (L/min)	Incertitude globale w_{global} (L/min)	Incertitude globale relative sur mesure du débit
1	700.28	1.9861	5.29	5.25	0.034	0.015	0.006	0.04	0.71%
2	649.41	2.4379	4.89	4.87	0.022	0.018	0.005	0.03	0.60%
3	589.19	1.8949	4.50	4.49	0.005	0.014	0.005	0.02	0.36%
4	550.08	11.9865	4.12	4.12	0.000	0.090	0.004	0.09	2.18%
5	501.60	2.0456	3.75	3.78	0.008	0.015	0.003	0.02	0.47%
6	450.43	2.2586	3.37	3.38	0.009	0.017	0.003	0.02	0.57%
7	402.30	3.5567	3.00	3.02	0.012	0.027	0.002	0.03	0.97%
8	354.12	1.5003	2.65	2.66	0.010	0.011	0.002	0.02	0.57%
9	302.37	1.1192	2.25	2.27	0.016	0.008	0.001	0.02	0.81%
10	246.14	0.7958	1.82	1.85	0.028	0.006	0.001	0.03	1.46%
11	198.81	0.6168	1.47	1.49	0.019	0.005	0.001	0.02	1.34%
12	131.88	6.9722	0.97	0.99	0.022	0.052	0.001	0.06	5.72%
13	698.34	2.4642	5.25	5.24	0.010	0.018	0.006	0.02	0.41%
14	681.89	1.9150	4.97	4.96	0.009	0.014	0.006	0.02	0.36%
15	601.07	1.9880	4.52	4.51	0.010	0.015	0.005	0.02	0.41%
16	550.60	1.9801	4.12	4.13	0.012	0.015	0.004	0.02	0.48%
17	498.62	2.4306	3.73	3.74	0.010	0.018	0.003	0.02	0.56%
18	449.01	1.6492	3.37	3.37	0.002	0.012	0.003	0.01	0.38%
19	402.46	1.3945	3.01	3.02	0.011	0.010	0.002	0.02	0.51%
20	332.24	1.1004	2.47	2.49	0.021	0.008	0.002	0.02	0.89%
21	228.97	0.6986	1.68	1.70	0.020	0.005	0.001	0.02	1.19%
22	153.58	2.4524	1.13	1.15	0.018	0.018	0.001	0.03	2.21%
Incertitude relative maximale=									5.72%
max, excluant les faibles débits=									2.18%

Selon ces tableaux les incertitudes globales maximales sont de $\pm 6.87\%$ (cas 31) et $\pm 4.97\%$ (cas 16) pour le débitmètre n°1 et $\pm 5.72\%$ (cas 12) pour le débitmètre n°2. Ces valeurs correspondent aux plus faibles débits. En supprimant ces valeurs de débits, qui en pratique ne seront pas utilisés, l'incertitude globale relative du débitmètre n°1 est de $\pm 2.53\%$ (pour une plage de débit de 4.70 à 15.92 L/min) et pour le débitmètre n°2 elle est de $\pm 2.18\%$ (pour une plage de débit de 1.49 à 5.25 L/min). Dans le but de rester conservateur, l'incertitude relative sur la mesure du débit est établie à $\pm 3.00\%$ et $\pm 2.50\%$ pour les débitmètres n°1 et n°2, respectivement.

ANNEXE B

ÉTALONNAGE DES THERMOCOUPLES: PROCÉDURE ET RÉSULTATS

B.1 Introduction

Cette annexe présente la procédure ainsi que les résultats de l'étalonnage des thermocouples utilisés dans le montage expérimental. Les thermocouples sont reliés à un multimètre-multiplexeur (HP-34970A) commandés par un programme d'acquisition de données construit à partir du logiciel LABVIEW (version 5). L'incertitude sur une lecture de température prise à partir de cet appareil est de $\pm 1.0^{\circ}\text{C}$ selon les spécifications du fabricant. Cette valeur est relativement élevée et c'est pourquoi un étalonnage a été entrepris.

Les thermocouples ont tous été étalonnés individuellement en utilisant une sonde de référence au platine (Guildeline 9540). Un lissage de courbe a été effectué à partir des réponses en $^{\circ}\text{C}$ fournis par le système d'acquisition de données et des valeurs en $^{\circ}\text{C}$ données par la sonde au platine. Une analyse d'incertitude a également été réalisée et les résultats sont rapportés dans la dernière partie de cette annexe.

B.2 Procédure d'étalonnage

Au total, trente-cinq thermocouples de type " T " ont été étalonnés sur la plage de 5°C à 65°C. La sonde au platine a été étalonnée au Conseil National de Recherche du Canada et son incertitude est de $\pm 0.01^\circ\text{C}$. La procédure d'étalonnage utilisée dans la présente étude se résume en quatre étapes et reprend la démarche utilisée par Sénécal (1995).

1. Le thermomètre au platine et le système d'acquisition de données sont mis en marche quelques heures avant le début de l'étalonnage.
2. La sonde au platine ainsi que les 35 thermocouples sont insérés dans un bloc de cuivre troué de façon à minimiser les fluctuations de température. L'ensemble est ensuite plongé dans un bain thermostable (Neslab RTE-220) sous environ 10 cm d'eau.
3. Le bain thermostable est mis en marche et la température du bain est ajustée à 5°C. Lorsque la température du bain devient stable (la température mesurée par la sonde ne varie qu'au centième de degré Celsius) des lectures sont effectuées toutes les 10 secondes pendant 10 minutes pour les thermocouples. Durant cette période, cinq lectures de la sonde au platine sont enregistrées. La moyenne des 60 lectures effectuées pour chaque thermocouple et des cinq mesures issues de la sonde sont utilisées pour déterminer la courbe d'étalonnage. Cette approche est requise à cause

de fluctuations dans la lecture des températures issues du système d'acquisition de données.

4. Les étapes 2 et 3 sont ensuite répétées en augmentant la température du bain d'environ 5°C jusqu'à l'essai final à 65°C.

Afin de vérifier la précision des essais et la reproductibilité des données deux séries d'expériences ont été effectuées pour chaque niveau de température. Les deux séries de mesures sont utilisées pour déterminer la courbe d'étalonnage.

B.3 Résultats

Tel que mentionné précédemment, l'étalonnage sert à corriger la température lue en fonction d'une température de référence. Des essais préliminaires ont montré qu'un polynôme d'ordre 5 reliant la température de référence à la température lue produisait le coefficient de corrélation (r^2) le plus élevé. Ce polynôme peut s'écrire de la façon suivante :

$$T_j = \sum_{i=0}^5 b_{i,j} \bar{T}_{lec,j}^i \quad (B.1)$$

où T_j est la température de référence, $\bar{T}_{lec,j}$ est la lecture moyenne du thermocouple j en °C et $b_{i,j}$ sont les coefficients d'ordre i du polynôme pour le thermocouple j .

Le tableau B.1 présente les coefficients $b_{i,j}$ obtenus pour chaque thermocouple. À noter que le coefficient de corrélation est essentiellement égal à 1 (à 6 chiffres significatifs près) indiquant un excellent accord. À titre d'exemple, les résultats de l'étalonnage du thermocouple #27 sont présentés au tableau B.2. À noter que ce tableau contient également les résultats des calculs d'incertitude qui seront présentés à la prochaine section.

Tableau B.1: Les coefficients b_{ij} obtenus pour chaque thermocouple

canal n°	Thermocouple n° (j)	b_{0j}	b_{1j}	b_{2j}	b_{3j}	b_{4j}	b_{5j}
101	1	2,05E-01	1,01E+00	5,38E-04	-3,15E-05	6,00E-07	-3,89E-09
102	2	1,50E-01	1,01E+00	1,40E-04	-1,71E-05	2,86E-07	-1,36E-09
103	3	5,51E-02	1,02E+00	1,60E-04	-2,09E-05	3,79E-07	-2,01E-09
104	4	8,72E-02	1,01E+00	3,91E-04	-3,02E-05	5,49E-07	-3,17E-09
105	5	2,20E-01	1,01E+00	-2,14E-05	-1,26E-05	2,27E-07	-1,05E-09
106	6	-3,27E-02	1,01E+00	2,30E-04	-2,35E-05	4,21E-07	-2,28E-09
107	7	1,22E-01	1,01E+00	1,58E-05	-1,79E-05	3,38E-07	-1,77E-09
108	8	-6,94E-02	1,02E+00	-1,00E-05	-1,85E-05	3,57E-07	-1,92E-09
109	9	5,83E-02	1,01E+00	-8,77E-05	-1,58E-05	3,15E-07	-1,66E-09
110	10	7,24E-02	1,02E+00	-2,58E-04	-9,78E-06	2,18E-07	-1,09E-09
112	11	9,73E-03	1,01E+00	-3,61E-04	-9,27E-07	3,45E-08	1,12E-10
113	12	-1,44E-01	1,02E+00	-3,53E-04	-6,03E-06	1,84E-07	-8,38E-10
114	13	-1,39E-01	1,02E+00	-4,35E-04	-2,03E-06	9,08E-08	-3,75E-10
115	14	-1,01E-01	1,02E+00	-1,12E-05	-1,51E-05	2,78E-07	-1,36E-09
116	15	8,14E-02	1,02E+00	-7,75E-04	1,00E-05	-9,15E-08	6,20E-10
117	16	1,31E-01	1,02E+00	-6,61E-04	8,34E-06	-8,42E-08	6,40E-10
118	17	-2,99E-02	1,02E+00	-6,63E-04	4,24E-06	2,92E-08	-2,33E-10
201	18	1,59E-01	1,02E+00	-1,20E-03	2,54E-05	-3,21E-07	1,85E-09
202	19	4,18E-02	1,03E+00	-1,31E-03	2,72E-05	-3,21E-07	1,71E-09
201	20	3,08E-01	1,01E+00	8,13E-04	-5,83E-05	1,07E-06	-6,59E-09
202	21	3,49E-01	1,00E+00	9,37E-04	-5,97E-05	1,10E-06	-6,64E-09
203	22	2,88E-01	1,01E+00	2,39E-04	-3,55E-05	7,22E-07	-4,43E-09
204	23	8,23E-02	1,02E+00	5,60E-04	-4,74E-05	9,10E-07	-5,50E-09
205	24	1,46E-01	1,02E+00	-1,79E-05	-2,67E-05	5,78E-07	-3,57E-09
206	25	-9,97E-02	1,02E+00	4,24E-04	-4,07E-05	7,68E-07	-4,49E-09
207	26	-1,50E-01	1,03E+00	-4,62E-04	-1,34E-05	3,79E-07	-2,43E-09
208	27	-8,76E-03	1,03E+00	-5,44E-04	-1,05E-05	3,30E-07	-2,12E-09
209	28	-5,88E-02	1,03E+00	-5,80E-04	-8,49E-06	2,85E-07	-1,78E-09
210	29	-8,37E-02	1,03E+00	-1,08E-03	8,32E-06	2,57E-08	-2,98E-10
211	30	-7,93E-02	1,03E+00	-7,57E-04	-5,68E-06	2,68E-07	-1,77E-09
212	31	-2,15E-01	1,04E+00	-1,36E-03	1,76E-05	-1,10E-07	4,36E-10
213	32	-1,86E-01	1,04E+00	-1,47E-03	2,02E-05	-1,42E-07	5,97E-10
214	33	-2,46E-01	1,04E+00	-1,15E-03	1,18E-05	-4,64E-08	2,04E-10
215	34	-2,35E-01	1,04E+00	-1,86E-03	2,97E-05	-3,14E-07	1,66E-09
216	35	-1,39E-01	1,04E+00	-1,72E-03	3,22E-05	-3,60E-07	1,94E-09

Tableau B.2: Les résultats d'étalonnage du thermocouple #27

Thermocouple n° : 27 Canal n°: 207						
essai #	Tec.27 [°C]	w ($\pm 2\sigma$) [°C]	Temp. Mesurée par la sonde Tref [°C]	Temp. Modifiée par la courbe d'étalonnage T27 [°C]	w [°C]	incertitude globale w , global [°C]
1	5.04	0.039	5.03	5.04	0.010	0.041
2	9.90	0.038	9.97	10.02	0.045	0.060
3	14.71	0.038	14.91	14.90	0.005	0.040
4	19.64	0.029	19.90	19.89	0.014	0.034
5	24.61	0.025	24.87	24.89	0.017	0.032
6	29.66	0.022	29.94	29.93	0.006	0.025
7	34.71	0.022	34.99	34.98	0.007	0.025
8	39.70	0.023	39.96	39.95	0.010	0.027
9	44.64	0.028	44.89	44.88	0.008	0.031
10	54.58	0.071	54.80	54.80	0.000	0.072
11	59.57	0.075	59.80	59.80	0.003	0.076
12	5.00	0.031	5.02	4.99	0.025	0.041
13	9.85	0.032	9.95	9.96	0.006	0.034
14	14.64	0.037	14.87	14.83	0.036	0.053
15	19.64	0.026	19.89	19.88	0.005	0.030
16	29.64	0.033	29.89	29.92	0.029	0.045
17	39.70	0.036	39.95	39.95	0.004	0.038
18	49.65	0.020	49.87	49.88	0.006	0.023
19	59.55	0.062	59.78	59.78	0.002	0.063
20	64.56	0.031	64.80	64.79	0.005	0.033
						0.063 max

B.4 Incertitudes

Il est important d'assigner une incertitude aux mesures expérimentales. Dans le cas des thermocouples utilisés ici, on note trois types d'incertitude: L'incertitude de la sonde de référence; l'incertitude liée aux fluctuations de température enregistrées par le système d'acquisition de données; et finalement l'incertitude liée à la courbe d'étalonnage.

B.4.1 Incertitude de la sonde de référence

Cette incertitude est de $\pm 0.010^{\circ}\text{C}$ tel que mentionné précédemment.

B.4.2 Incertitude liée aux fluctuations de température

La température lue par le système d'acquisition de données fluctue autour d'une moyenne. La figure B.1 montre une fluctuation typique obtenue pour le thermocouple #27. Bien que ces fluctuations soient relativement faibles elles doivent être considérées comme des incertitudes sur la mesure de température. L'écart-type des 60 mesures prises lors de l'étalonnage a d'abord été calculé et une incertitude égale à deux fois l'écart-type ($\pm 2\sigma$) est alors assignée à la mesure de température. Ce faisant, l'incertitude couvre 95.5% des mesures (ASHRAE STANDARD -41.5-75, 1975).

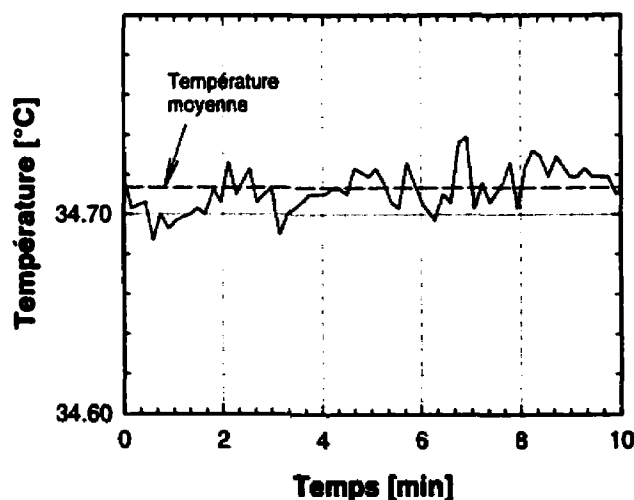


Figure B.1: Fluctuation de la température et valeur moyenne
(Thermocouple n°27, cas 7 tableau B.2)

À titre d'exemple, les incertitudes résultantes pour le thermocouple n°27, w'_j , sont données à la troisième colonne du tableau B.2. Tel que montré sur ce tableau, w'_j prend une valeur maximale de 0.082°C (cas #19) et minimale de 0.020°C (cas #18).

B.4.3 Incertitude liée à la courbe d'étalonnage

Il existe une incertitude liée à la courbe d'étalonnage. Cette incertitude représente l'écart entre la température de référence et la température calculée par la courbe d'étalonnage. Elle est évaluée de la façon suivante :

$$w_j'' = ABS[T_j - T_{ref}] \quad (B.2)$$

où : $j=1$ correspond au thermocouple n° 1 et T_j est calculé par l'équation B.1.

À titre indicatif, les valeurs de w''_j pour le thermocouple n°27 sont données au tableau B.2. Tel que montré sur ce tableau, w''_j prend une valeur maximale de 0.045°C (cas #2).

B.4.3 Incertitude globale sur la mesure de température

En utilisant le principe de propagation des incertitudes (Kline et McKlintock, 1953), il est possible d'évaluer l'incertitude globale sur la mesure de température. Celle-ci est donnée par la relation suivante :

$$w_{j,global} = \sqrt{(w_j')^2 + (w_j'')^2 + (0.01)^2} \quad (B.3)$$

L'incertitude globale pour le thermocouple n°27 est donnée au tableau B.2. Ces résultats indiquent une valeur maximale de $\pm 0.083^\circ\text{C}$ alors que pour l'ensemble des thermocouples, l'incertitude globale maximum rencontrée est de $\pm 0.10^\circ\text{C}$ (thermocouple #21). Dans le but de rester conservateur, l'incertitude sur la mesure de température rapportée dans cette étude est établie à une valeur légèrement supérieure à $\pm 0.10^\circ\text{C}$ soit $\pm 0.15^\circ\text{C}$.

ANNEXE C

ÉTALONNAGE DU SYSTÈME DE MESURE DE LA PUISSANCE

ÉLECTRIQUE DES ÉLÉMENTS CHAUFFANTS

C.1 Introduction

Cette annexe présente la procédure ainsi que les résultats d'étalonnage du système de mesure de la puissance électrique fournie aux éléments chauffants. Tel que mentionné à la section 3.3 et tel que montré à la figure C.1, la puissance est évaluée en mesurant directement la tension et indirectement l'intensité du courant. Chaque élément chauffant possède son propre circuit.

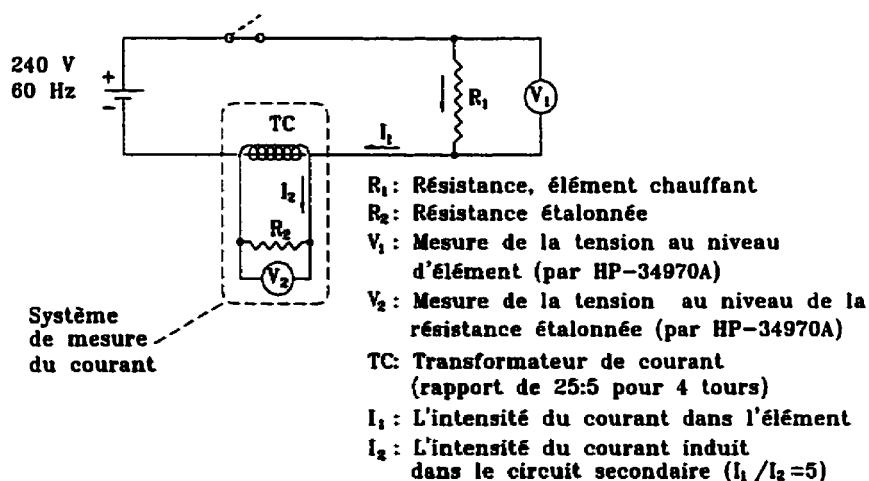


Figure C.1: Représentation schématique du système de mesure de la puissance fournie aux éléments chauffants

L'utilisation d'un circuit secondaire muni d'un transformateur de courant (rapport nominal de 100/5) est requis pour réduire l'intensité du courant lu par le système d'acquisition de données. En effet, cet appareil peut mesurer une intensité du courant maximum de 3 A alors qu'un élément chauffant de 4000 W alimenté à 240 V nécessite 16.7 A.

La distance entre l'élément chauffant et le système d'acquisition de données est de l'ordre de 4 à 5m. Les transformateurs de courant doivent être utilisés avec des fils aussi courts que possible. Conséquemment, pour éviter des erreurs supplémentaires liées à la résistance des fils intermédiaires, une résistance étalonnée (R_2 sur la figure C.1) est utilisée de façon à former un circuit fermé avec le transformateur de courant (figure C.1).

Quatre tours de fils ont été réalisés dans le transformateur ramenant ainsi le rapport I_1/I_2 à 25/5. Tel que montré à la figure C.1, l'intensité de courant I_2 n'est pas mesuré directement. Elle est plutôt calculée en mesurant la différence de potentiel V_2 aux bornes de la résistance étalon, R_2 , dont la valeur nominale est de 0.10 Ω . Donc, I_1 est donnée par: $I_1 = 5V_2 / R_2$.

De plus, étant donné que $R_2 = 0.10 \Omega$, $I_1 = 50V_2$. Finalement, la puissance électrique fournie à l'élément chauffant est donnée par $P = k_i 50V_2 V_1$. Cette opération mathématique

se fait automatiquement à l'intérieur du logiciel LABVIEW. Le facteur de correction k_i résulte de l'étalonnage de I_l . La section suivante présente la procédure ainsi que les résultats de l'étalonnage pour déterminer les incertitudes sur I_l ($50V_2$), V_l , et sur P , la puissance fournie à l'élément chauffant.

C.2 Incertitude sur I_l ($50V_2$)

Les deux systèmes de mesures d'intensité du courant (élément du haut et du bas) ont été étalonnés séparément à l'aide d'un analyseur universel de puissance (Voltech, modèle PM3000A) appartenant au professeur Guy Olivier de département de génie électrique. A l'aide d'un branchement en série, cet appareil permet de mesurer directement le courant dans le circuit primaire.

La procédure d'étalonnage se résume en cinq étapes:

1. Le système d'acquisition de données (HP-34970A), l'ordinateur personnel et l'analyseur universel de puissance (Voltech) sont mis en marche pour une période de 30 minutes avant la prise de mesures;
2. Pendant cette période, le chauffe-eau est rempli d'eau. (Il est important de souligner que l'activation des éléments chauffants dans l'air peut facilement griller ces éléments);

3. L'élément du bas est mis en marche;
4. Après une période de 15 minutes, la prise de mesures commence. Ce délai permet à la résistance R_2 d'atteindre des conditions d'équilibre thermique;
5. L'étape quatre est répétée pour l'élément de haut.

Au total trois mesures ont été prises pour l'élément du bas et trois autres pour l'élément du haut. Ces résultats sont présentés aux tableaux C.1 et C.2.

Tableau C.1: Résultats d'étalonnage de I_1 (élément du bas)

I_1 courant mesuré par HP-34970A	I_1 courant mesuré par Voltech PM3000A	I'_1 courant modifié ($k_1 \cdot I_1$)	$w = \text{ABS}(I'_1 - I_1)$ écart entre les 2 mesures	w' / I'_1 Incertitude relative
17.19	16.71	16.69	0.01836	0.11%
17.28	16.75	16.76	0.00961	0.06%
17.29	16.78	16.79	0.00874	0.05%
moyenne: 17.25	moyenne: 16.75			
$k_1 = 16,75/17,25 =$		0.971		

Tableau C.2: Résultats d'étalonnage de I_1 (élément du haut)

I_1 courant mesuré par HP-34970A	I_1 courant mesuré par Voltech PM3000A	I'_1 courant modifié ($k_1 \cdot I_1$)	$w = \text{ABS}(I'_1 - I_1)$ écart entre les 2 mesures	w' / I'_1 Incertitude relative
17.19	16.77	16.78	0.00627	0.04%
17.16	16.75	16.75	0.00301	0.02%
17.17	16.76	16.76	0.00325	0.02%
moyenne: 17.17	moyenne: 16.76			
$k_1 = 16,76/17,17 =$		0.976		

Tel que montré sur ces tableaux un facteur de correction, k_i , a été calculé pour corriger la valeur mesurée de I_i . Ce facteur est donné par le rapport entre les valeurs moyennes de I_i des deux appareils.

L'incertitude sur la mesure du courant a été évaluée ici en prenant l'écart maximal entre la mesure des deux appareils. Cet écart est donné à la colonne 4 des deux tableaux. Finalement, la dernière colonne donne l'incertitude relative. Elle prend une valeur maximale de 0.11% pour l'élément du bas et de 0.04% pour l'élément du haut. Une incertitude de $\pm 0.11\%$ a donc été établie pour la mesure de I_i pour les deux éléments.

L'incertitude sur la mesure de I_i' (Voltech PM30001A) a été déterminée selon les recommandations du manufacturier (pour la plage de mesure utilisée dans cette étude) soit $\pm 0.05\%$ pour la lecture; $\pm 0.05\%$ pour la plage; valeurs auxquelles il faut ajouter $\pm 1\text{mA}$. En appliquant ces facteurs, l'incertitude relative sur I_i' est de $\pm 0.20\%$ pour une lecture moyenne de 16.76 A et une plage de 50 A.

L'incertitude relative globale sur la mesure du courant est évaluée en prenant la racine carrée de la somme des deux incertitudes relatives élevées au carré (Kline et McClintock, 1953):

$$\frac{w_I}{I} = \sqrt{\left(\frac{0.20}{100}\right)^2 + \left(\frac{0.11}{100}\right)^2} = 0.23\% \quad (\text{C.1})$$

L'incertitude sur la valeur de I est donc de 0.23%

C.3 Incertitude sur la mesure de la tension au niveau des éléments chauffants, V_I

Tel que montré à la figure C.1, la tension V_I est mesurée directement par le système d'acquisition de données (HP-34970A). L'incertitude relative sur la mesure de cette tension, w_V/V , est déterminée selon les spécifications contenues dans le manuel de l'appareil. Ainsi, selon le manufacturier, l'incertitude de l'appareil est donnée par: $\pm 0.06\%$ de la lecture auquel il faut ajouter une valeur égale à $\pm 0.08\%$ de la plage de mesures. En appliquant ces incertitudes, l'incertitude relative prend une valeur de $\pm 0.17\%$ pour une lecture moyenne de 227 V et une plage de 300 V.

C.4 Incertitude sur la mesure de la puissance P

L'incertitude relative sur la mesure de la puissance fournie aux éléments chauffant est déterminée en prenant la racine carrée de la somme des incertitudes relatives sur I et V élevées au carré (Kline et McClintock, 1953):

$$\frac{w_P}{P} = \sqrt{\left(\frac{w_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{w_V}{V}\right)^2} \quad (\text{C.2})$$

où P présente la puissance ($= VI$). En remplaçant les valeurs obtenues pour w_I/I et w_V/V , w_P/P prend une valeur de $\pm 0.29\%$. Dans le but de rester conservateur, l'incertitude relative sur la mesure de puissance a été établie à une valeur légèrement supérieure à $\pm 0.29\%$, soit $\pm 0.30\%$.

ANNEXE D

DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE FILM ÉQUIVALENT DE LA PAROI (h_{eq})

L'évaluation des pertes de chaleur au travers des parois du chauffe-eau passe par la détermination d'un coefficient de film équivalent (h_{eq}) qui tient compte des deux coefficients d'échange intérieur et extérieur (h_{ex} et h_{in}) ainsi que de la résistance thermique de la paroi. Cette annexe présente la procédure utilisée pour déterminer expérimentalement ce coefficient.

D.1 Considérations préliminaires

La figure D.1 présente schématiquement la distribution de température au niveau de la paroi du chauffe-eau. Il existe trois résistances thermiques entre l'eau contenue dans le réservoir et l'air ambiant. Il est utile de remplacer ces trois résistances thermiques par un coefficient d'échange équivalent, h_{eq} de sorte que les pertes de chaleur au travers des parois du chauffe-eau peuvent être évaluées par:

$$q = h_{eq} \pi 2r_{in} L (T_{eau} - T_{amb}) \quad (D.1)$$

où L est la longueur du chauffe-eau, T_{eau} est la température de l'eau, et T_{amb} est la température de l'air ambiant. Le coefficient de film équivalent, basé sur la surface interne du chauffe-eau, est donné par:

$$h_{eq} = \left(\frac{1}{h_{in}} + \frac{r_{in}}{k} \ln \left(\frac{r_{ex}}{r_{in}} \right) + \frac{r_{in}}{r_{ex}} \frac{1}{h_{ex}} \right)^{-1} \quad (D.2)$$

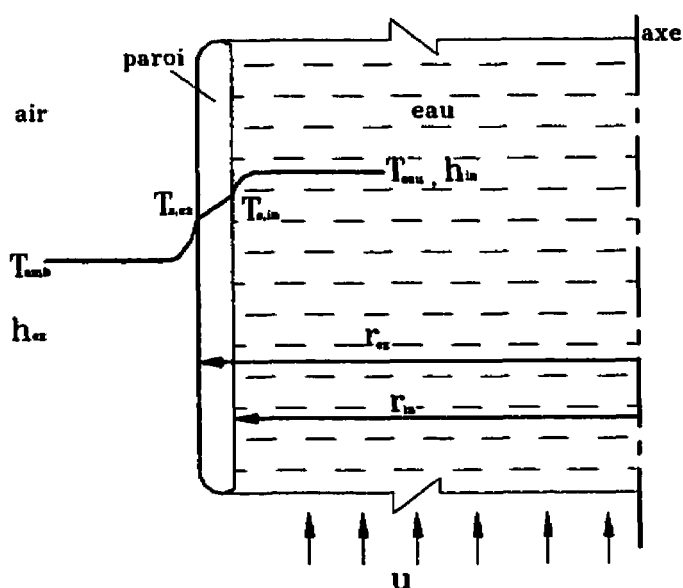


Figure D.1: Distribution de température au voisinage de la paroi d'un chauffe-eau

où h_{in} et h_{ex} sont respectivement les coefficients de film à l'intérieur et l'extérieur du réservoir; k est la conductivité thermique de la paroi; et r_{in} et r_{ex} sont, respectivement, les rayons intérieur et extérieur du réservoir cylindrique.

Il est possible de calculer analytiquement la valeur de h_{eq} connaissant la conductivité thermique de la paroi et les deux coefficients de film ainsi que la géométrie du réservoir. Cependant, compte tenu de l'incertitude sur ces paramètres, la valeur de h_{eq} est évaluée empiriquement dans cette étude.

D.2 Évaluation empirique de h_{eq}

Le coefficient d'échange équivalent, h_{eq} , est évalué à partir de mesures de températures effectuées dans la partie haute du chauffe-eau. Tel que montré au chapitre 2, l'écoulement est de type piston dans cette région et la température de l'eau baisse à cause de pertes de chaleur au travers de l'enveloppe. Cette hypothèse n'est pas valide pour les points au voisinage de la thermocline où la conduction axiale devient importante.

L'écoulement dans la région de type piston est laminaire et dans cette région le nombre de Nusselt ($Nu_{Din}=2h_{in}r_{in}/k$) est indépendant du nombre de Reynolds ($Re_{Din}=2ur_{in}/\nu$) et donc de la vitesse d'écoulement. Il prend une valeur constante se situant dans la plage $3.658 \leq Nu_{Din} \leq 4.364$. En appliquant un bilan énergétique sur un disque situé dans cette région, on obtient la relation suivante :

$$T(t) - T_{amb} = (T_{init} - T_{amb}) e^{-\frac{2h_{eq}}{\rho c_p r_m} t} \quad (D.3)$$

où T_{init} représente la température initiale de l'eau dans cette région et $T(t)$ est la variation temporelle de la température. Pour déterminer h_{eq} à partir de cette relation il s'agit de mesurer $T(t)$, T_{init} et T_{amb} . Puis en portant ces mesures sur un graphique du type $y = y_0 + ae^{-bx}$, il est possible d'obtenir la valeur de h_{eq} . La section suivante présente la procédure expérimentale et les résultats obtenus.

D.3 Procédure expérimentale et les résultats

Le chauffe-eau est d'abord rempli d'eau. Ensuite, l'élément du bas est mis en marche jusqu'à ce que l'eau atteigne une température nominale de 50°C. À ce moment,

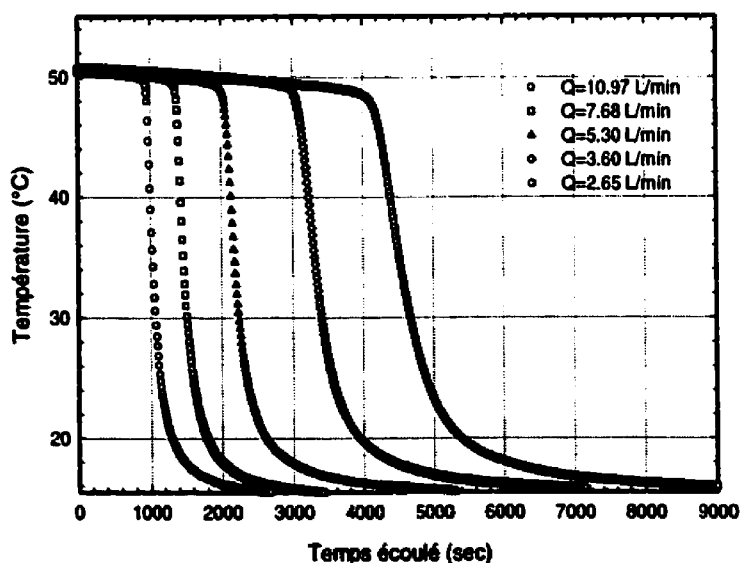


Figure D.2: Variation de la température au niveau du thermocouple n°31 en fonction du temps pour cinq débits différents

l'élément est désactivé et l'eau froide est admise dans le réservoir à un débit constant. La température $T(t)$ est celle donnée par le thermocouple n°31 (une hauteur adimensionnel de 0.881). La figure D.2 présente l'évolution $T(t)$ pour 5 débits d'entrée différents. La chute de température initiale est attribuable aux pertes de chaleur au travers de l'enveloppe. Lorsque l'eau froide atteint le niveau du thermocouple on assiste à une chute rapide de température, chute qui est proportionnelle au débit d'eau froide à l'entrée. Tel que montré sur cette figure, les pentes initiales (avant que l'eau froide n'atteigne le niveau de thermocouple) sont presque identiques pour tous les débits ce qui tend à corroborer l'hypothèse émise plus tôt à l'effet que le coefficient de film interne est indépendant du débit d'eau.

La valeur de h_{eq} est déterminée à partir des résultats obtenus pour le plus petit débit, soit 2.65 L/min. Ce faisant, le temps écoulé avant que l'eau froide atteigne le niveau du thermocouple est plus élevé ce qui augmente la précision du lissage de courbe.

La figure D.3 présente les résultats expérimentaux obtenus pour un débit de 2.65 L/min, une température ambiante de 23.7°C et une température initiale de 50.5°C. Un lissage de courbe réalisé à partir de ces résultats est superposé aux points expérimentaux. Le coefficient de corrélation, $r^2 = 0.991$, montre la justesse des résultats obtenus. Tel que montré sur cette figure, la constante b est égale à 1.511×10^{-5} ce qui correspond à une valeur de h_{eq} de 7.2 W/m²/°C (basée sur $r_{im} = 0.23$ m).

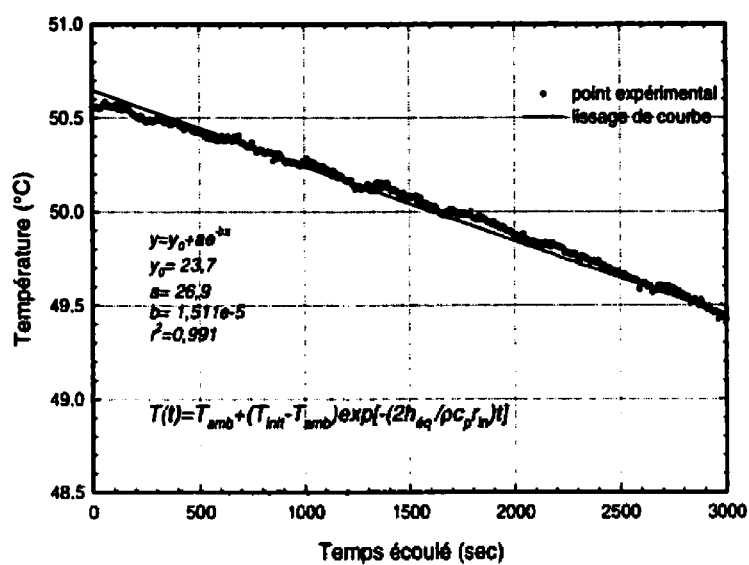


Figure D.3: Lissage de courbe effectué pour déterminer h_{eq}

ANNEXE E

PROPRIÉTÉS THERMOPHYSIQUES DE L'EAU

Dans ce mémoire, les propriétés thermophysiques de l'eau sont obtenues à partir des corrélations présentées dans cette annexe. Selon Senecal (1995), les corrélations ont été obtenues par Bernier (1991) en se basant sur les valeurs contenues dans le livre *CRC Handbook of Physics* (1989). Dans les équations présentées ci-dessous, la température T est en °C.

E.1 Chaleur spécifique

$$C_p = 4179.9 - 0.9233T + 0.011285T^2 \quad (\text{E.1})$$

La chaleur spécifique est en J/kg°K.

E.2 Conductivité thermique

$$k = 0.5586 + 0.002171T - 9.822 \times 10^{-6} T^2 \quad (\text{E.2})$$

La conductivité thermique est en W/m°K.

E.3 Viscosité

$$\mu = 1.6701 \times 10^{-3} - 4.1734 \times 10^{-5} T + 4.9043 \times 10^{-7} T^2 - 2.1638 \times 10^{-9} T^3 \quad (\text{E.3})$$

La viscosité est en Ns/m².

E.4 Masse volumique

$$\rho = 1001.2 - 0.08982 T - 0.003462 T^2 \quad (\text{E.4})$$

La masse volumique est en kg/m³.

E.5 Coefficient d'expansion thermique

$$\beta = (0.08982 + 0.006924 T) / \rho \quad (\text{E.5})$$

Le coefficient d'expansion thermique est en K⁻¹.